CONSTANTIN PAVEL DUMITRU PETRE

APLICAȚII ȘI PROBLEME DE STATICA CONSTRUCȚIILOR ȘI BETON ARMAT

Seria
Culegeri de probleme
pentru disciplinele
tehnice și economice

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI — 1982

Scanned with OKEN Scanner

Conf. dr. ing. CONSTANTIN PAVEL ing. DUMITRU PETRE

APLICAȚII ȘI PROBLEME DE STATICA CONSTRUCȚIILOR ȘI BETON ARMAT

EDITURA DIDACTICĂ ȘI PEDAGOGICĂ, BUCUREȘTI — 1982

Scanned with OKEN Scanner

Tematica lucrării corespunde programei școlare aprobate de Ministerul Educației și Învățământului cu nr. 36213/1981.

Referent: ing. **VALENTINA ANTONESCU**, prof. gr. I

Redactor: ing. MINODORA STOIAN

Tehnoredactor: PARASCHIVA GAȘPAR

Coperta: RODICA IUFU

Scanned with OKEN Scanner

PREFAȚĂ

Lucrarea urmărește să înlesnească înțelegerea de către elevi a modului de comportare sub încărcări a elementelor și structurilor simple de construcții, fiind legată nemijlocit de manualele „Statica construcțiilor și beton armat" și „Beton armat", pe care le completează și le detaliază, în ceea ce privește aspectele de calcul și alcătuire constructivă. În acest sens, în prima parte a lucrării (în primele patru capitole cu specific de statică a construcțiilor) se prezintă modul de schematizare pentru calcul a elementelor și structurilor simple de construcții, precum și modul de stabilire a eforturilor ce se dezvoltă în aceste elemente și în structuri sub acțiunea diferitelor tipuri de încărcări exterioare.

Aplicațiile se referă la acele tipuri de elemente și structuri static determinate, a căror analiză teoretică este prezentată în manualul „Statica construcțiilor și beton armat" și anume: grinzi drepte și grinzi cotite, grinzi cu zăbrele, arce static determinate.

Partea a doua a lucrării (capitolele 5—10) cuprinde aplicații referitoare la calculul și proiectarea de rezistență a elementelor și structurilor simple din beton armat.

După cum este cunoscut, în metoda de calcul la stări limită pentru verificarea siguranței de rezistență se folosește relația:

$$S_{max} \leqslant S_{cap},$$

în care primul termen reprezintă solicitarea maximă în secțiunea considerată a elementului, iar al doilea — capacitatea de rezistență corespunzătoare. Ținînd seama de această formă a relației generale de calcul, s-au consacrat un capitol din lucrare (cap. 5) prezentării modului de determinare a valorii de calcul a solicitării S_{max}, iar capitolele următoare — modului de stabilire a capacității portante pentru principalele tipuri de solicitări simple și compuse: încovoiere simplă, încovoiere cu forță tăietoare, compresiune excentrică, întindere centrică și excentrică.

Pentru evitarea unor repetări inutile, ori de cîte ori a fost cazul s-au făcut trimiterile necesare la cele două manuale, atît pentru relațiile de calcul, cît și pentru detaliile și prescripțiile constructive.

Întrucît calculul în secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare nu a fost în întregime tratat în manualul „Beton armat", pentru a se putea rezolva aplicațiile corespunzătoare, în prezenta lucrare s-au reprodus toate relațiile necesare de calcul.

Pe lîngă exemplele simple de calcul menite să ilustreze modul de aplicare a relațiilor de calcul din manualul „Beton armat", în lucrare s-a dat, la capitolul 10, și un exemplu mai complex de proiec-

Scanned with OKEN Scanner

tare, care cuprinde un planșeu de beton armat. Scopul acestuia este de a familiariza pe elevi cu o lucrare reală de proiectare, în care — pe lîngă calculul de rezistență apar și probleme de alcătuire constructivă, predimensionare, armare, desene mai complexe de execuție, extrase de materiale, calcule economice, aspecte privind tehnologia de execuție și altele.

În toate aplicațiile, alcătuirea și armarea elementelor de construcție au fost corelate cu cerințele tehnologiei de execuție, arătîndu-se în mod explicit care sînt aceste corelații. În acest fel, lucrarea servește și la completarea și înțelegerea mai aprofundată a disciplinei „Utilajul și tehnologia structurilor de construcții."

Scanned with OKEN Scanner

PARTEA ÎNTÎI

STATICA CONSTRUCȚIILOR

Capitolul 1

ECHILIBRUL SISTEMELOR DE CORPURI

A. RELAȚIA DE INVARIABILITATE GEOMETRICĂ

Pentru legarea invariabilă în plan a unui corp, de baza de sprijinire, sînt necesare trei legături simple (fig. 1.1, *a*), care trebuie să nu fie paralele sau concurente, pentru a nu se produce deplasări (fig. 1.1, *b* și *c*).

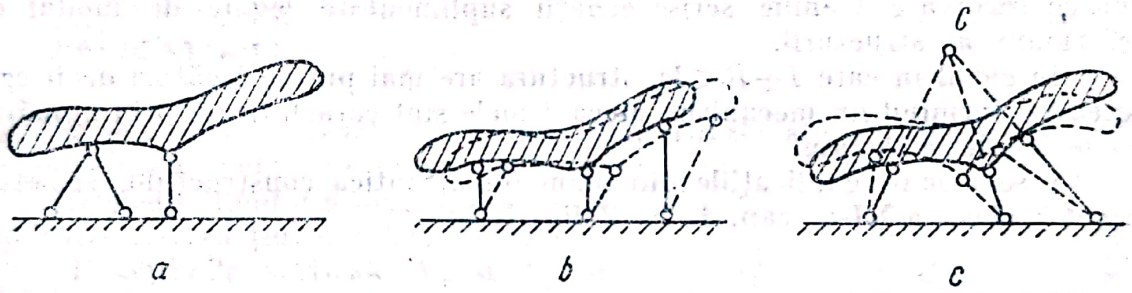


Fig. 1.1

Legarea invariabilă a unui sistem de două corpuri se poate face cu un număr de șase legături simple — trei pentru a lega solidar între ele cele două corpuri și trei pentru a lega ansamblul astfel format de baza de sprijinire (fig. 1.2).

Se observă că pentru a lega strict invariabil un sistem de corpuri, sînt necesare:

— pentru 1 corp minimum $1 \times 3 = 3$ legături simple;

— pentru 2 corpuri minimum $2 \times 3 = 6$ legături simple;

— pentru 3 corpuri minimum $3 \times 3 = 9$ legături simple;

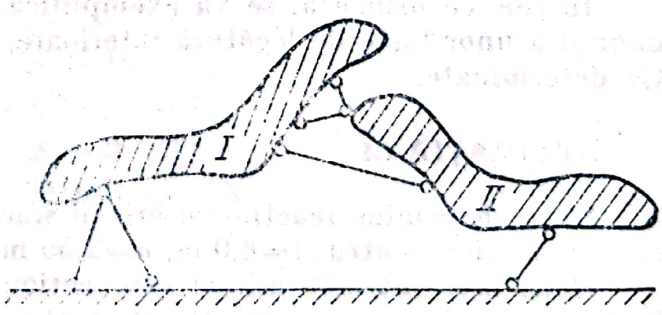


Fig. 1.2

— pentru c corpuri minimum $3 \times c = 3c$ legături simple.

Notînd cu I numărul legăturilor interioare (legături între corpuri) și

cu R numărul legăturilor cu baza de sprijinire (rezemări), condiția necesară și suficientă pentru a lega strict invariabil un sistem de c corpuri este:

$$I+R=3c.$$

B. RELAȚIA DE DETERMINARE STATICĂ

Se știe că unei legături simple îi corespunde o singură necunoscută, și anume forța ce ia naștere în această legătură atunci cînd sistemul de corpuri este încărcat cu forțe exterioare. Înseamnă deci că, suprimînd toate legăturile sistemului de corpuri și punînd în evidență forțele de legătură respective, rezultă un număr de $I+R$ necunoscute. Aceste necunoscute se determină din ecuațiile de echilibru static. Cum pentru un corp, în plan se pot scrie numai trei ecuații de echilibru static, distincte, rezultă că pentru întregul sistem de c corpuri există un număr de $3c$ ecuații. Pentru ca problema să fie static determinată, trebuie ca numărul necunoscutelor să fie egal cu numărul ecuațiilor de echilibru static disponibile, adică:

$$I+R=3c.$$

În cazul în care $I+R>3c$, există mai multe necunoscute decît ecuații (structura are mai multe legături decît numărul minim necesar pentru asigurarea invariabilității geometrice) structura este static nedeterminată. Pentru rezolvare trebuie scrise ecuații suplimentare legate de modul de deformare a structurii.

În cazul în care $I+R<3c$, structura are mai puține legături decît cele necesare, formînd un mecanism. Mecanismele sînt caracterizate prin numărul gradelor de libertate.

(A se urmări explicațiile din manualul „Statica construcțiilor și beton armat", clasa a XI-a, cap. I, E. 2 fig. I.13).

C. DETERMINAREA REACȚIUNILOR LA STRUCTURI STATIC DETERMINATE

Pentru a determina diagramele de eforturi, în vederea dimensionării corecte a elementelor de construcții, este necesar să se determine, mai întîi forțele de legătură ce iau naștere în rezemări, denumite în mod curent reacțiuni.

În cele ce urmează, se va exemplifica modul de determinare a reacțiunilor și a unor forțe de legătură interioare, la diverse tipuri de structuri static determinate.

APLICAȚIA 1.1

Să se determine reacțiunile grinzii simplu rezemate din figura 1.3. Aplicație numerică pentru: $l=6{,}0$ m, $a=2{,}50$ m, $P=40$ kN.

Rezolvare. Întrucît grinda este acționată numai de forța verticală P, în reazemele *1* și *2* apar reacțiunile verticale V_1 și V_2. Observație. În articulația *1* nu apare și reacțiune orizontală, $H_1=0$; acest lucru rezultă din condiția de echilibru pe orizontală: $\sum X_i=0$.

Reacțiunile verticale V_1 și V_2 se determină din ecuațiile de momente în raport cu cele două reazeme.

Scanned with OKEN Scanner

$(\Sigma M_1=0)$; $\quad P\cdot a-V_2\cdot l=0\rightarrow V_2=P\cdot a/l$;

$(\Sigma M_2=0)$; $\quad V_1\cdot l-P\cdot b=0\rightarrow V_1=P\cdot b/l$.

Întrucît au fost scrise trei ecuaţii de echilibru static ($\Sigma X=0$, $\Sigma M_1=0$, $\Sigma M_2=0$), ecuaţia de proiecţie pe verticală nu mai este distinctă (este o consecinţă a celor două ecuaţii de momente). Ea poate servi pentru verificare, după cum urmează:

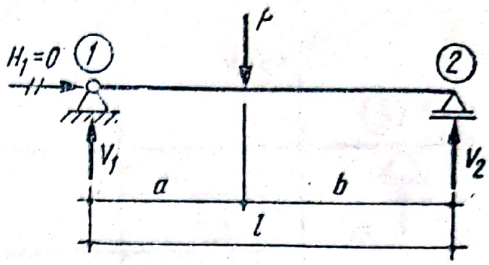


Fig. 1.3

$(\Sigma Y_i=0)$; $\quad V_1+V_2-P=0$;

$P\cdot b/l+P\cdot a/l-P=0$ sau

$P(a+b)/l-P=0$;

relaţie îndeplinită în mod evident, fiindcă $a+b=l$. Aplicaţia numerică:

$$V_1=40\cdot 3{,}50/6=23{,}3 \text{ kN};$$

$$V_2=40\cdot 2{,}50/6=16{,}7 \text{ kN}.$$

Verificare:

$(\Sigma Y_i=0)$ $\quad 23{,}3+16{,}7-40=0.$

APLICAŢIA 1.2

Să se determine reacţiunile grinzii simplu rezemate din figura 1.4. Aplicaţie numerică pentru: $l=6$ m, $p=20$ kN/m.

Rezolvare. Conform observaţiei de la aplicaţia 1.1, reacţiunea orizontală $H_1=0$.

Reacţiunile verticale V_1 şi V_2 se determină din ecuaţii de momente în raport cu cele două reazeme.

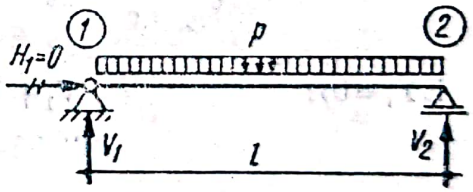


Fig. 1.4

$(\Sigma M_1=0)$; $\quad pl\cdot l/2-V_2\cdot l=0\rightarrow V_2=p\cdot l/2$,

$(\Sigma M_2=0)$; $\quad V_1\cdot l-p\cdot l\cdot 1/2=0\rightarrow V_2=p\cdot l/2$.

Verificare:

$(\Sigma Y=0)$; $\quad V_1+V_2-p\cdot l=0$;

$p\cdot l/2+p\cdot l/2-p\cdot l=0$.

Aplicaţie numerică: $\quad V_1=20\cdot 6/2=60$ kN,

$V_2=20\cdot 6/2=60$ kN.

APLICAŢIA 1.3

Să se determine reacţiunile grinzii simplu rezemate din figura 1.5.

Rezolvare

$(\Sigma M_1=0)$; $\quad 40\cdot 1{,}5+60\cdot 4-V_2\cdot 6=0$;

Scanned with OKEN Scanner

$$V_2=\frac{40\cdot 1{,}5+60\cdot 4}{6}=50\ \text{kN}.$$

$(\Sigma M_2=0);\quad V_1\cdot 6-40\cdot 4{,}5-60\cdot 2=0;$

$$V_1=\frac{40\cdot 4{,}5+60\cdot 2}{6}=50\ \text{kN}.$$

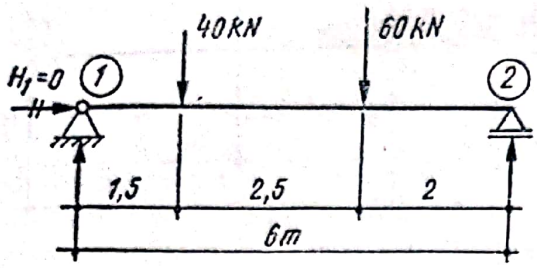


Fig. 1.5

Verificare:

$(\Sigma Y_i=0);\quad V_1+V_2-40-60=0$

$50+50-100=0$

APLICAȚIA 1.4

Să se determine reacțiunile grinzii simplu rezemate din figura 1.6.

Rezolvare:

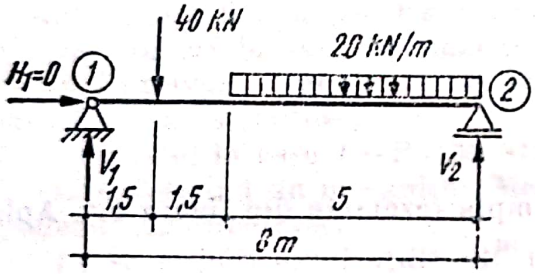


Fig. 1.6

$(\Sigma M_1=0);\quad 40\cdot 1{,}5+20\cdot 5\cdot 5{,}5-V_2\cdot 8=0;$

$V_2=76{,}25$ kN.

$(\Sigma M_2=0);\quad V_1\cdot 8-40\cdot 6{,}5-20\cdot 5\cdot 2{,}5=0;$

$V_1=63{,}75$ kN.

Verificare:

$(\Sigma Y_i=0);\quad V_1+V_2-40-20\cdot 5=0;$

$63{,}75+76{,}25-140=0.$

APLICAȚIA 1.5

Să se determine reacțiunile grinzii cu consolă din figura 1.7.

Rezolvare:

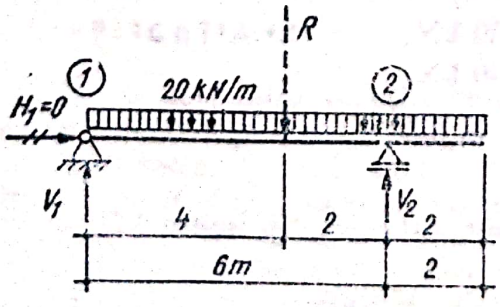


Fig. 1.7

$(\Sigma M_1=0);\quad 20\cdot 8\cdot 4-V_2\cdot 6=0;$

$V_2=106{,}7$ kN;

$(\Sigma M_2=0);\quad V_1\cdot 6-20\cdot 6\cdot 3+20\cdot 2\cdot 1=0;$

$V_1=53{,}3$ kN.

Observație. Valoarea reacțiunii V_1 rezultă aceeași chiar dacă nu s-ar pune în evidență efectul încărcării de pe consolă și s-ar lucra cu rezultanta întregii încărcări distribuite.

Scanned with OKEN Scanner

$(\Sigma M_2=0)$; $V_1 \cdot 6-20 \cdot 8 \cdot 2=0$;

$V_1=20 \cdot 8 \cdot 2/6=53{,}3$ kN.

Verificare:

$(\Sigma Y_i=0)$; $V_1+V_2-20 \cdot 8=0$;

$53{,}3+106{,}7-160=0$.

APLICAȚIA 1.6

Să se determine reacțiunile grinzii Gerber din figura 1.8.

Rezolvare:

Se verifică dacă sistemul este static determinat, cu relația:

$$I+R-3c=0.$$

Numărul corpurilor $c=2$ (două porțiuni rigide, notate *I* și *II*):

$$2 \cdot 2+2 \cdot 1-3 \cdot 2=0.$$

Grinda 2—3—4 este o grindă principală deoarece, considerată independent, are suficiente legături cu baza de sprijinire (rezemări), pentru a-și putea suporta încărcările ce o acționează.

Grinda *1—2* este o grindă secundară, pentru că în articulația *2* reazemă pe grinda principală asupra căreia își transmite efectul. Pentru rezolvare, se consideră mai întîi grinda secundară și, după rezolvarea acesteia, se încarcă grinda principală atît cu încărcările aferente ei, cît și cu efectul grinzii secundare. Reacțiunea V_2 a grinzii secundare se transformă prin inversare $(-V_2)$ în acțiune asupra grinzii principale.

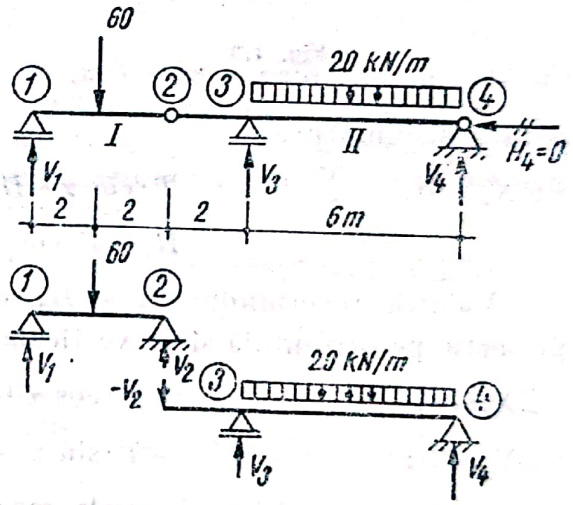


Fig. 1.8

Reacțiunile grinzii secundare sînt $V_1=V_2=30$ kN, întrucît forța de 60 kN acționează la jumătatea deschiderii ($V_1=P \cdot a/l=P \cdot l/2/l=P/2$). Grinda principală va fi încărcată cu încărcarea uniform distribuită și cu o forță de 30 kN în vîrful consolei $(-V_2)$.

Reacțiunile grinzii principale vor fi:

$(\Sigma M_3=0)$; $-30 \cdot 2+20 \cdot 6 \cdot 3-V_2 \cdot 6=0$;

$V_2=50$ kN.

$(\Sigma M_4=0)$; $-30 \cdot 8+V_1 \cdot 6-20 \cdot 6 \cdot 3=0$;

$V_1=100$ kN.

Verificare:

$(\Sigma Y_i=0)$; $V_1+V_3+V_4-60-20 \cdot 6=0$;

$30+50+100-180=0$.

Scanned with OKEN Scanner

APLICAȚIA 1.7

Să se determine reacțiunile grinzii cu tirant din figura 1.9.

Rezolvare. Mai întîi se determină efortul din tirant. Pentru aceasta se secționează tirantul și se pune în evidență tensiunea T din tirant. Se scrie apoi ecuația de momente în raport cu punctul *1*, pentru partea inferioară a sistemului (pînă la secțiunea din tirant):

$$(\Sigma M_1=0); \qquad T\cdot d-20\cdot 6\cdot 3=0;$$

Întrucît $d=4\cdot\sin\alpha=4\cdot 0{,}6=2{,}4$ m;

$$T=20\cdot 6\cdot 3/2{,}4; \quad T=150 \text{ kN}.$$

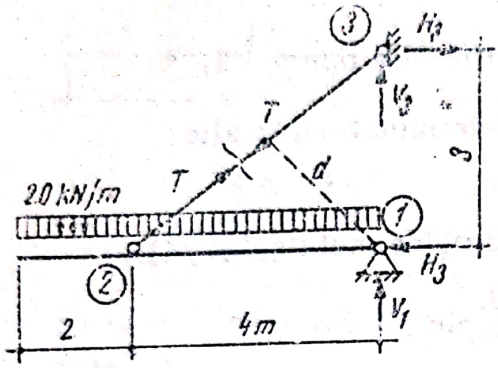


Fig. 1.9

Valoarea reacțiunii V_1 rezultă dintr-o ecuație de momente în raport cu punctul *2*:

$$(\Sigma M_2=0); \qquad 20\cdot 6\cdot 1-V_1\cdot 4=0;$$

$$V_1=30 \text{ kN}.$$

Valoarea reacțiunii orizontale rezultă din ecuația de proiecție pe orizontală scrisă pentru partea inferioară a sistemului:

$$(\Sigma X_i=0); \qquad T\cdot\cos\alpha-H_1=0;$$

$$H_1=T\cdot\cos\alpha=150\cdot 0{,}8=120 \text{ kN}.$$

Valorile reacțiunilor V_3 și H_3, din articulația *3*, rezultă din ecuații de proiecție pe orizontală și pe verticală scrise în punctul *3*:

$$(\Sigma X_i=0); \qquad -T\cdot\cos\alpha+H_3=0; \quad H_3=150\cdot 0{,}8=120 \text{ kN};$$

$$(\Sigma Y_i=0); \qquad -T\cdot\sin\alpha+V_3=0; \quad V_3=150\cdot 0{,}6=90 \text{ kN}.$$

O b s e r v a ț i e. Valorile reacțiunilor orizontale H_1 și H_3 se puteau determina și direct din ecuațiile de momente în raport cu articulațiile *3* și *2* pentru ansamblul sistemului (tirantul nesecționat), astfel:

$$(\Sigma M_1=0); \qquad -20\cdot 6\cdot 3+H_3\cdot 3=0; \quad H_3=120 \text{ kN};$$

$$(\Sigma M_3=0); \qquad -20\cdot 6\cdot 3+H_1\cdot 3=0; \quad H_1=120 \text{ kN}.$$

Pentru verificarea reacțiunilor se scriu, pentru întreg sistemul, ecuațiile de proiecție pe orizontală și pe verticală.

$$(\Sigma X_i=0); \qquad -H_1+H_3=0; \qquad -120+120=0;$$

$$(\Sigma Y_i=0); \qquad -20\cdot 6+V_1+V_3=0; \quad -120+30+90=0;$$

APLICAȚIA 1.8

Să se determine reacțiunile cadrului din figura 1.10.

Rezolvare. Valorile reacțiunilor verticale V_1 și V_2 rezultă din ecuații de momente în reazemele 1 și 2.

Scanned with OKEN Scanner

$(\Sigma M_1=0)$; $20\cdot4\cdot2-V_2\cdot8=0$; $V_2=20$ kN;

$(\Sigma M_2=0)$; $V_1\cdot8-20\cdot4\cdot6=0$; $V_1=60$ kN.

Pentru determinarea reacţiunilor orizontale se poate utiliza una din următoarele trei posibilităţi:

a) Să se desfacă sistemul în dreptul articulaţiei *3* şi să se scrie ecuaţiile de echilibru pentru cele două părţi;

b) Să se utilizeze condiţia de moment încovoietor nul în articulaţia centrală *3*:

$(M_3^{st}=0)$; $V_1\cdot4-H_1\cdot6-20\cdot4\cdot2=0$;

$60\cdot4-H_1\cdot6-160=0$;

$H_1=13{,}3$ kN;

$(M_3=0)$; $-V_2\cdot4+H_2\cdot6=0$;

$H_2=13{,}3$ kN.

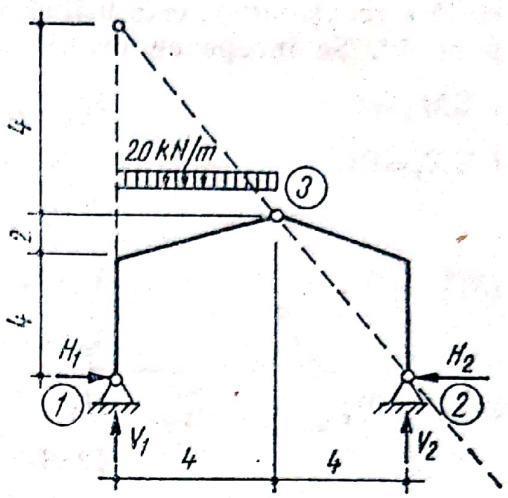


Fig. 1.10

c) Să se utilizeze particularitatea de încărcare a cadrului; partea din dreapta nefiind încărcată, direcţia reacţiunii din articulaţia *2* este cunoscută — direcţia *2—3*. Scriind o ecuaţie de momente în punctul de concurenţă *A*, pentru întreaga structură, dintre toate necunoscutele numai H_1 va da moment (suporturile celorlalte reacţiuni trec prin punctul *A*).

$(\Sigma M_A=0)$; $-H_1\cdot12+20\cdot4\cdot2=0$; $H_1=160/12=13{,}3$ kN.

Verificare:

$(\Sigma X_i=0)$; $H_1=H_2$;

$(\Sigma Y_i=0)$; $V_1+V_2-20\cdot4=0$;

$60+20-80=0$.

APLICAŢIA 1.9

Să se determine reacţiunile cadrului din figura 1.11.

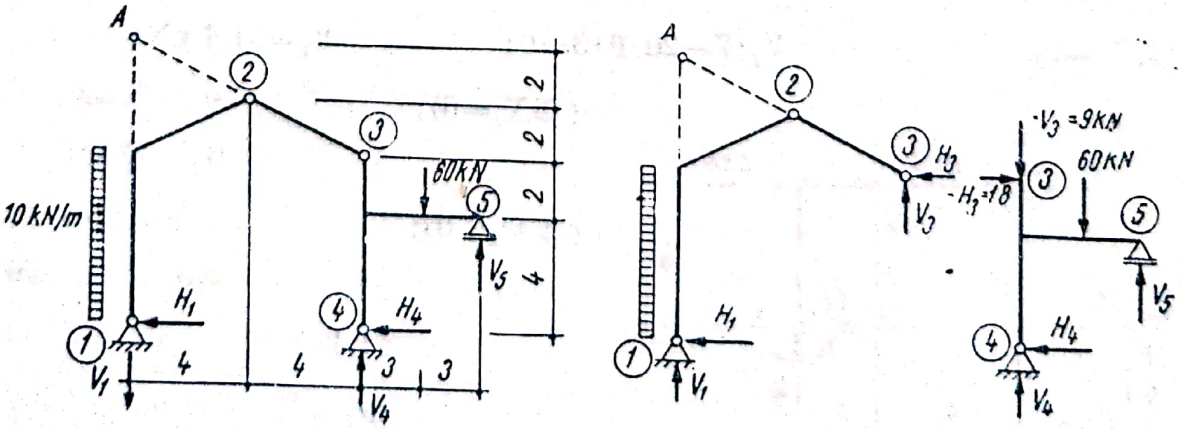


Fig. 1.11

Rezolvare. Întrucît cadrul are o parte secundară (*1—2—3*) care se sprijină în articulaţia 5 pe partea principală (*3—4—5*), pentru determinarea cu uşurinţă a reacţiunilor, este util să se descompună cadrul în cele două părţi componente. Se începe cu rezolvarea părţii secundare:

$(\Sigma M_A=0)$; $H_1\cdot 10-10\cdot 6\cdot 7=0$; $H_1=42$ kN;

$(\Sigma X_i=0)$; $-H_1-H_3+10\cdot 6=0$;

$-42-H_3+60=0$; $H_3=18$ kN;

$(M_2^{dr}=0)$; $V_3\cdot 4-H_3\cdot 2=0$;

$V_3\cdot 4-18\cdot 2=0$; $V_3=9$ kN;

$(M_2^{st}=0)$; $H_1\cdot 8-V_1\cdot 4-10\cdot 6\cdot 5=0$;

$42\cdot 8-V_1\cdot 4-300=0$; $V_1=9$ kN.

Pe partea principală, după încărcarea cu $-H_3$ şi $-V_3$:

$(\Sigma X_i=0)$; $18-H_4=0$; $H_4=18$ kN;

$(\Sigma M_4=0)$; $18\cdot 6+60\cdot 3-V_5\cdot 6=0$; $V_5=48$ kN;

$(\Sigma M_5=0)$; $18\cdot 2+H_4\cdot 4+V_4\cdot 6-9\cdot 6-60\cdot 3=0$;

$36+18\cdot 4+V_4\cdot 6-54-18=0$; $V_4=21$ kN.

Verificare:

$(\Sigma X_i=0)$; $10\cdot 6-H_1-H_4=0$;

$60-42-18=0$;

$(Y_i=0)$ $-V_1+V_4-60+V_5=0$;

$-9+21-60+48=0$.

APLICAŢIA 1.10

Să se determine reacţiunile cadrului din figura 1.12.

Rezolvare:

$(M_3^{st}=0)$; $V_1\cdot 7-20\cdot 6\cdot 3=0$; $V_1=51{,}4$ kN;

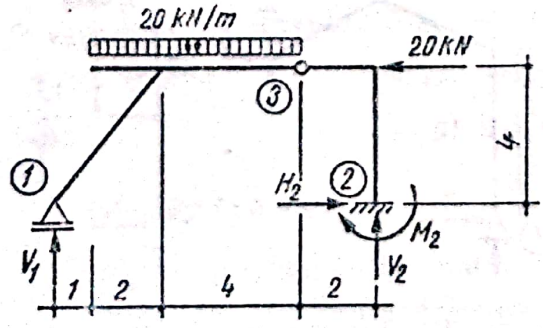


Fig. 1.12

$(\Sigma X_i=0)$; $H_2-20=0$;

$H_2=20$ kN;

$(\Sigma M_2=0)$; $V_1\cdot 9-20\cdot 6\cdot 5-$

$-20\cdot 4+M_2=0$;

$51{,}4\cdot 9-600-80+M_2=0$;

$M_2=217{,}4$ kNm.

$(M_3^{dr}=0)$ $-H_2\cdot 4-V_2\cdot 2+M_2=0$

Scanned with OKEN Scanner

$$20 \cdot 4 - V_2 \cdot 2 + 217{,}4 = 0; \qquad V_2 = 68{,}7 \text{ kN}.$$

Verificare:

$(\sum Y_i = 0)$; $\quad V_1 + V_2 - 20 \cdot 6 = 0$

$$51{,}4 + 68{,}7 - 120 \approx 0.$$

APLICAŢIE DE REZOLVAT

Să se determine reacţiunile structurilor din figura 1.13

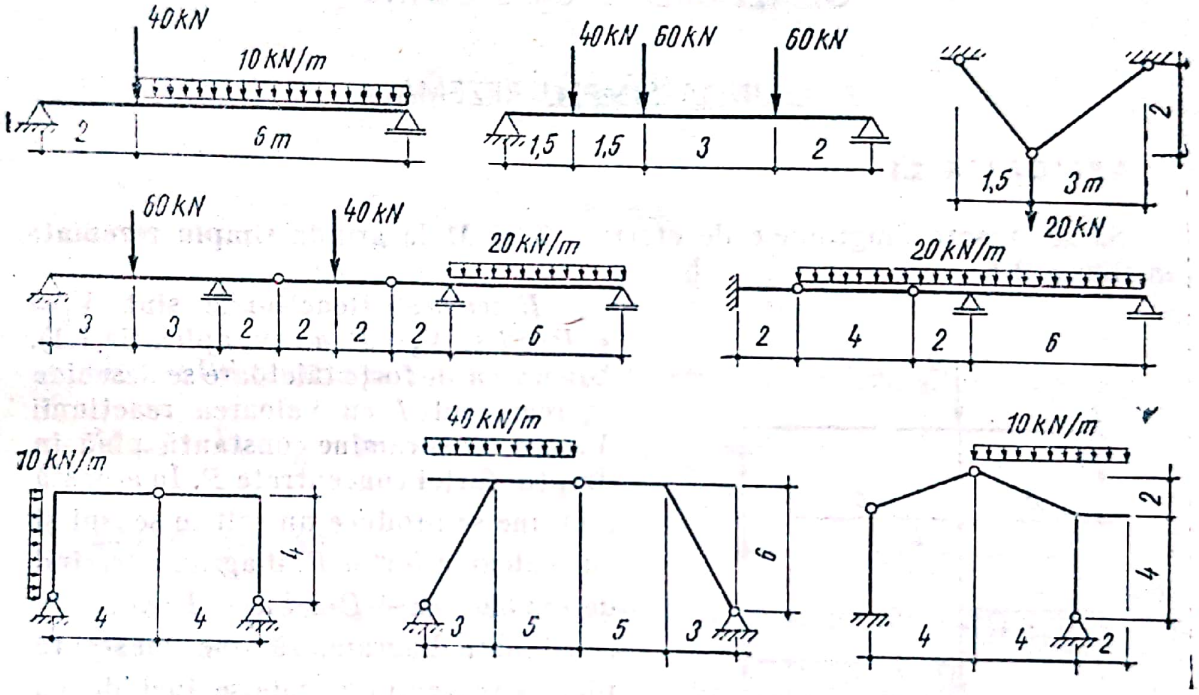


Fig. 1.13

Capitolul 2

GRINZI DREPTE. BARE COTITE

A. GRINDA SIMPLU REZEMATĂ

APLICAŢIA 2.1

Să se traseze diagramele de eforturi T şi M la grinda simplu rezemată din figura 2.1.

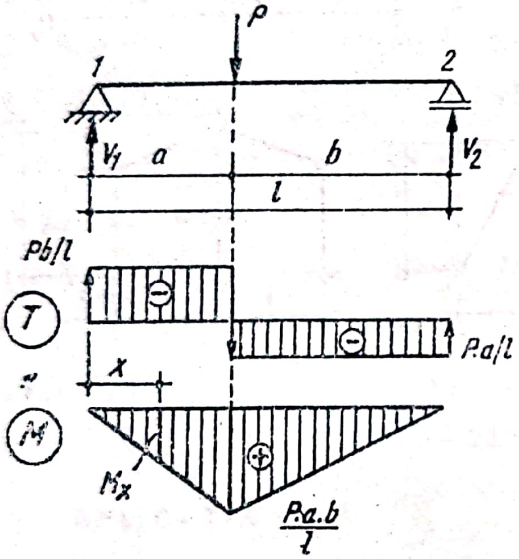


Fig. 2.1

Rezolvare. Reacţiunile sînt $V_1 = P \cdot b/l$ şi $V_2 = P \cdot a/l$ (v. aplicaţia 1.1). Diagrama de forţe tăietoare se deschide în reazemul *1* cu valoarea reacţiunii $V_1 = P \cdot b/l$ şi rămîne constantă pînă în dreptul forţei concentrate P. În această secţiune se produce un salt în sensul şi cu valoarea forţei P, diagrama trecînd de la valoarea $+P \cdot b/l$ la $-P \cdot a/l$. În continuare diagrama rămîne constantă pînă la reazemul *2* unde se închide cu valoarea reacţiunii $V_2 = P \cdot a/l$.

Diagrama de momente încovoietoare M are numai porţiuni liniare $M_x = V_1 \cdot x = P \cdot b \cdot x/l$, cu valori nule pe reazeme şi o valoare maximă în dreptul forţei concentrate; pentru $x = a, M_{max} = P \cdot a \cdot b/l$.

Observaţie. În cazul particular în care forţa acţionează la jumătatea deschiderii $a = b = \frac{l}{2}$, momentul maxim are valoarea $M_{max} = Pl/4$.

APLICAŢIA 2.2

Să se traseze diagramele de eforturi T şi M la grinda simplu rezemată din figura 2.2.

Rezolvare. Reacţiunile sînt $V_1 = V_2 = pl/2$ (v. aplicaţia 1.2).

Diagrama Ⓣ se deschide în reazemul *1* cu valoarea reacţiunii $V_1 = pl/2$. Întrucît $p = ct$, diagrama Ⓣ are o variaţie liniară: $T_x = V_1 - p \cdot x = pl/2 - px = p(l/2 - x)$. Punctul de anulare a diagramei Ⓣ va fi la jumătatea deschiderii, $T_x = 0$ pentru $x_0 = l/2$.

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama de momente încovoietoare are o variaţie parabolică (p=ct., T — variaţie liniară):

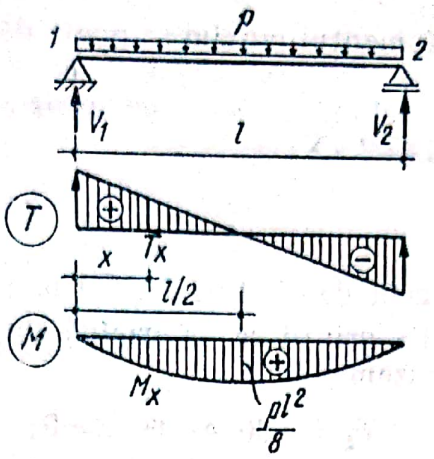


Fig. 2.2

$$M_x = V_1 \cdot x - p\frac{x^2}{2} = p \cdot \frac{x(l-x)}{2}.$$

Momentul maxim se produce la jumătatea deschiderii şi are valoarea:

$$M_{max} = V_1 \cdot \frac{l}{2} - p \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = p\frac{l^2}{4} - p\frac{l^2}{8} = p\frac{l^2}{8}.$$

APLICAŢIA 2.3

Să se traseze diagramele de eforturi T şi M la grinda simplu rezemată din figura 2.3.

Rezolvare. Reacţiunile sînt: V_1=63,75 şi V_2=76,25 kN (v. aplicaţia 1.4).

Diagrama Ⓣ are zone constante pe porţiunile *1—3* şi *3—4* şi o variaţie liniară în zona *4—2* a grinzii unde p=ct. Secţiunea de anulare a forţei tăietoare se deduce din condiţia T_x=0

$$T_x = 63{,}75 - 40 - p \cdot x = 23{,}75 - 20 \cdot x_0 = 0;\ x_0 = 1{,}19 \text{ m}.$$

Diagrama de momente încovoietoare are variaţii liniare în zonele *1—3* şi *3—4* şi o variaţie parabolică în zona *2—4* a grinzii unde p=ct., iar T are variaţie liniară.

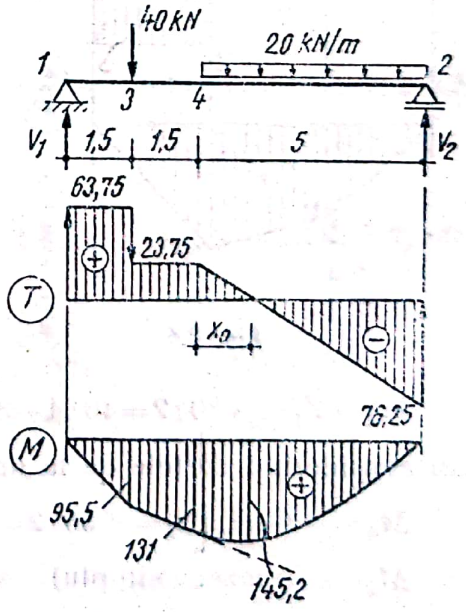


Fig. 2.3

Valorile caracteristice în diagrama Ⓜ sînt:

$$M_3 = 63{,}75 \cdot 1{,}5 = 95{,}5 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_4 = 63{,}75 \cdot 3 - 40 \cdot 1{,}5 = 131{,}5 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Momentul maxim apare acolo unde tangenta la variația parabolică devine orizontală, respectiv secțiunea în care se anulează forța tăietoare.

$$M_{max}=63{,}75\cdot 4{,}19-40\cdot 2{,}69-20\cdot 1{,}19^2/2=145{,}2\ \text{kN}\cdot\text{m}.$$

Observație. Momentul maxim se poate determina mai simplu dacă se consideră forțele de la dreapta secțiunii, cu semn schimbat, $M_{max}=76{,}25\cdot 3{,}81-20\cdot 3{,}81^2/2=145{,}2\ \text{kN}\cdot\text{m}$, sau utilizînd direct relația: $M_{max}=V^2/2p=76{,}25^2/2\cdot 20=145{,}2\ \text{kN}\cdot\text{m}$.

APLICAȚIA 2.4

Să se traseze diagramele de eforturi T și M la grinda din figura 2.4.

Rezolvare. Reacțiunile grinzii se determină din ecuații de momente în raport cu cele două reazeme:

$(\Sigma M_2=0)$; $\quad V_1\cdot 6-30\cdot 4-60\cdot 2=0$; $\quad V_1=40\ \text{kN}$;

$(\Sigma M_1=0)$; $\quad -V_2\cdot 6+30\cdot 2+60\cdot 4=0$; $\quad V_2=50\ \text{kN}$.

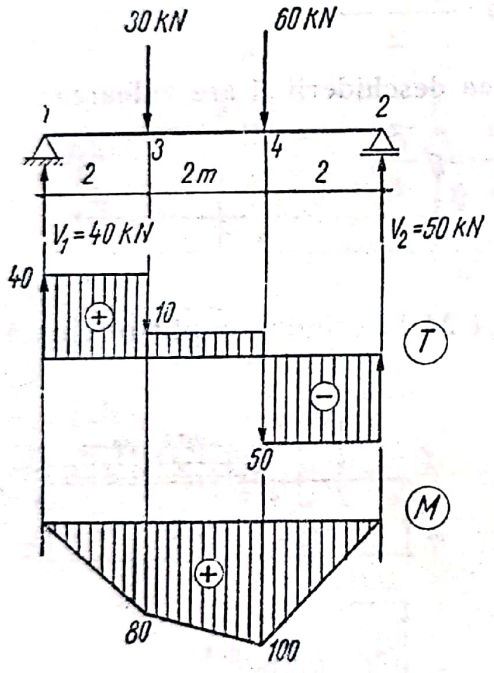


Fig. 2.4

Diagrama de forțe tăietoare se deschide cu reacțiunea $V_1=40$ kN, este constantă pe intervalul *1—3* ($p=0$), are un salt în sensul și cu valoarea forței de 30 kN ($T_{3-4}=V_1-30=40-30=+10$ kN) este constantă pe intervalul *3—4*, are un nou salt în sensul și cu mărimea forței de 60 kN ($T_{4-2}=T_{3-4}-60=+10-60=-50$ kN), este constantă pe intervalul *4—2* și se închide cu valoarea reacțiunii V_2. Diagrama de momente încovoietoare are numai variații liniare ($p=0$, $T=$ct.). Pe intervalele *1—3* și *3—4* înclinarea variațiilor liniare este pozitivă (forța tăietoare este pozitivă), iar pe intervalul *4—2* înclinarea este negativă (forța tăietoare este negativă). Valorile ordonatelor caracteristice ale diagramei sînt:

$M_1=0$ (articulație);

$M_3=V_1\cdot 2=40\cdot 2=80\ \text{kN}\cdot\text{m}$;

$M_4=V_1\cdot 4-30\cdot 2=40\cdot 4-30\cdot 2=100\ \text{kN}\cdot\text{m}$;

sau considerînd forțele de la dreapta secțiunii 4,

$M_4=-(-V_2\cdot 2)=+50\cdot 2=100\ \text{kN}\cdot\text{m}$.

$M_2=0$ (reazem simplu).

APLICAȚIA 2.5

Să se traseze diagramele de eforturi T și M la grinda din figura 2.5, încărcată cu un moment de 120 kN·m.

Scanned with OKEN Scanner

Rezolvare. Se determină reacţiunile din ecuaţii de momente în raport cu cele două reazeme. De menţionat că, întrucît nu există alte forţe verticale, pentru respectarea condiţiei de echilibru static $\sum Y_i=0$, cele două reacţiuni trebuie să fie egale şi de sens contrar. Ele formează un cuplu care echilibrează momentul exterior.

$(\Sigma M_2=0);\ -V_1\cdot 5+120=0;\ V_1=24$ kN;

$(\Sigma M_1=0);\ 120-V_2\cdot 5=0;\ V_2=24$ kN.

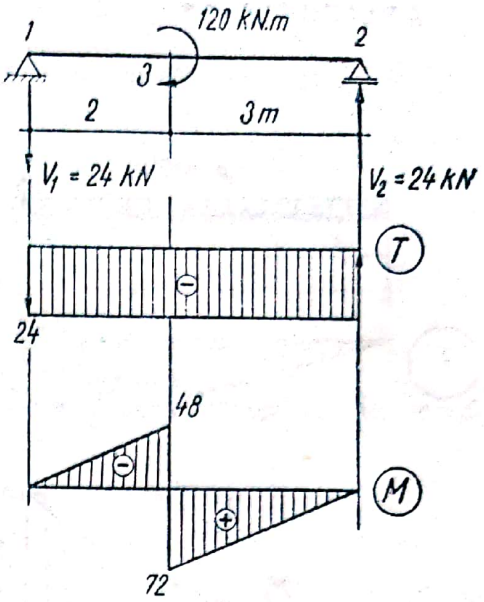


Fig. 2.5

Diagrama de forţe tăietoare este constantă pe toată deschiderea grinzii, întrucît în orice secţiune $T=-V_1=-24$ kN (sau $p=0$).

Diagrama de momente încovoietoare are numai variaţii liniare ($p=0$, $T=$ct.), paralele între ele, întrucît forţa tăietoare este aceeaşi şi la stînga şi la dreapta secţiunii *3*. În consecinţă, în diagrama de momente încovoietoare, apare un salt egal cu valoarea momentului exterior (de 120 kN·m).

Ordonatele caracteristice ale diagramei sînt:

$M_3^{st}=-V_1\cdot 2=-24\cdot 2=-48$ kN·m;
$M_3^{dr}=-(-V_2\cdot 3)=+24\cdot 3=+72$ kN·m.

B. CONSOLA (BARA INCASTRATĂ)

APLICAŢIA 2.6

Să se traseze diagramele de eforturi T şi M la consola din figura 2.6.

O b s e r v a ţ i e. În cazul consolelor, diagramele de eforturi se trasează mai uşor pornind de la capătul liber, deoarece nu este necesar să se calculeze în prealabil reacţiunile.

Rezolvare. Diagrama T se deschide în capătul liber *1* cu valoarea şi sensul forţei exterioare P şi pe intervalul *1—2* rămîne constantă ($p_n=0$), $T_x=-P$.

Diagrama de momente încovoietoare are o variaţie liniară şi întinde fibra superioară a barei. În consecinţă diagrama de momente este trasată deasupra axei de referinţă, avînd ordonate caracteristice:

$M_1=0$ (în vîrful consolei);
$M_2=-P\cdot l$ (în încastrare).

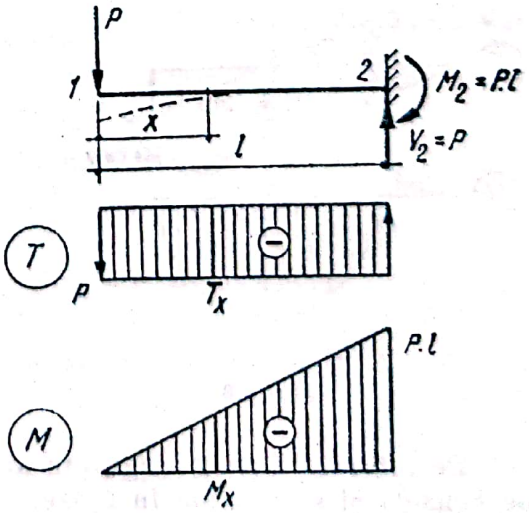


Fig. 2.6

APLICAȚIA 2.7

Să se traseze diagramele de eforturi T și M la consola din figura 2.7.

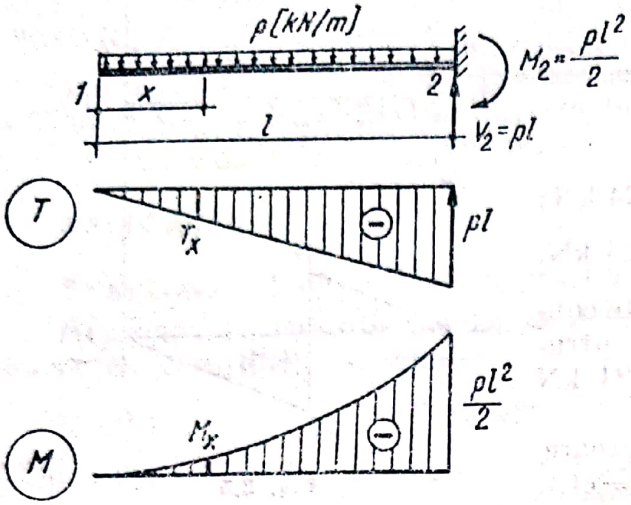


Fig. 2.7

Rezolvare. Diagrama T are o variație liniară, deoarece $p=$ct.

$$T_x=-p\cdot x\begin{cases}T_1=0 & (x=0)\\ T_2=pl & (x=1).\end{cases}$$

Diagrama de momente încovoietoare are o variație parabolică

$$M_x=-p\cdot x\cdot\frac{x}{2}=-p\,\frac{x^2}{2};$$

În încastrare

$$M_{max}=-p\frac{l^2}{2}.$$

Observație. În vîrful consolei curba este tangentă la linia de referință, deoarece $T=0$.

C. GRINDA SIMPLU REZEMATĂ CU CONSOLE

APLICAȚIA 2.8

Să se traseze diagramele de eforturi la grinda din figura 2.8.

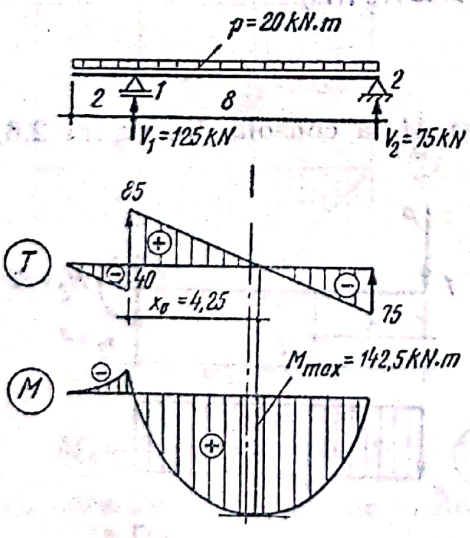


Fig. 2.8

Rezolvare. Folosind ecuațiile de echilibru se calculează reacțiunile:

$(\Sigma M_2=0)$; $\quad V_1\cdot 8-20\cdot 10\cdot 5=0;$

$(\Sigma M_1=0)$; $\quad 20\cdot 10\cdot 3-V_2\cdot 8=0;$

$V_1=125$ kN;

$V_2=75$ kN.

Verificare

$(\Sigma Y_i=0)$; $\quad -20\cdot 10+125+75=0.$

Diagrama Ⓣ. Pe consolă diagrama T are o variație liniară avînd valoarea zero în vîrful consolei și $T_1^{st}=-2\cdot 20=-40$ kN la stînga reazemului *1*.

În reazem se produce un salt în sensul și cu mărimea reacțiunii V_1: $T_1^{dr}=-2\cdot 20+125=+85$ kN.

Pe intervalul *1—2* diagrama are tot o variație liniară paralelă cu aceea de pe consolă și se închide în reazemul *2* cu valoarea $T_2=85-20\cdot 8=-75$ kN.

Pentru stabilirea punctului de anulare a forței tăietoare se poate scrie raportul laturilor omoloage din cele două triunghiuri asemenea:

Scanned with OKEN Scanner

$$\frac{85}{x_0}=\frac{75}{8-x_0},\ x_0=4{,}25\ \text{m}.$$

Diagrama Ⓜ are variaţii parabolice pe consolă şi pe deschiderea *1—2*. Valorile caracteristice sînt:

$$M_1=-20\cdot 2\cdot 1=-40\ \text{kN}\cdot\text{m};$$

$$M_{max}=-20\cdot 6{,}25\cdot\frac{6{,}25}{2}+125\cdot 4{,}25=142{,}5\ \text{kN}\cdot\text{m}.$$

Aceeaşi valoare se obţine pentru M_{max} dacă se aplică relaţia de recurenţă:

$$M_{max}=M_1+\Omega_T=-40+\frac{1}{2}85\cdot 4{,}25=142{,}5\ \text{kN}\cdot\text{m}.$$

APLICAŢIA 2.9

Să se traseze diagrama de eforturi la grinda din figura 2.9.

Rezolvare. Reacţiunile rezultă din ecuaţiile de echilibru static:

$(\Sigma M_1=0);\quad -70\cdot 1+20\cdot 7\cdot 3{,}5-V_2\cdot 6=0;$

$$V_2=70\ \text{kN};$$

$(\Sigma M_2=0);\quad -70\cdot 7+V_1\cdot 6-20\cdot 7\cdot 2{,}5=0;$

$$V_1=140\ \text{kN}.$$

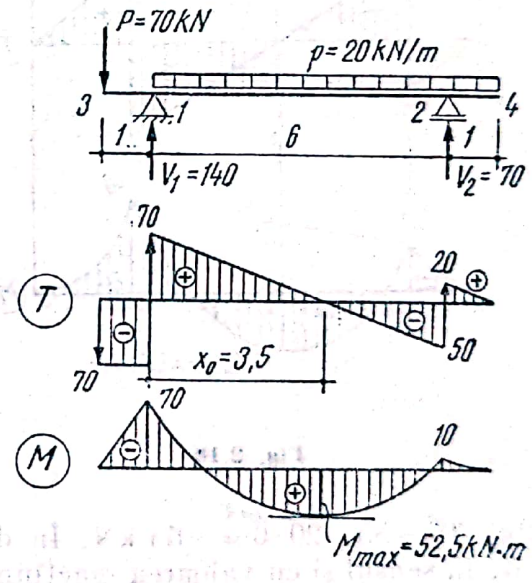


Fig. 2.9

Diagrama Ⓣ se deschide în punctul *3* cu $P=70$ kN şi este constantă pînă în reazemul *1* ($p=0$). În reazemul *1* se produce un salt în sensul şi cu mărimea forţei $V_1=140$ kN; rezultă:

$T_1^{dr}=-70+140=+70$ kN.

Pe deschiderea *1—2* şi pe consola *2—4* diagrama Ⓣ are variaţii liniare cu următoarele valori caracteristice:

$$T_2^{st}=+70-20\cdot 6=-50\ \text{kN};$$

$$T_2^{dr}=-50+70=+20\ \text{kN};$$

$$T_4=0.$$

Punctul de anulare x_0 al diagramei Ⓣ se calculează astfel:

$$\frac{70}{x_0}=\frac{50}{6-x_0};\qquad x_0=3{,}50\ \text{m}.$$

Diagrama Ⓜ este liniară pe consola *3—1* şi are variaţii parabolice pe deschiderea *1—2* şi pe consola *2—4*. Valorile caracteristice sînt:

$$M_1 = -70 \cdot 1 = -70 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_2 = -20 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = -10 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_{max} = M_1 + \Omega_T = -70 + \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 3{,}50 = 52{,}5 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

APLICAȚIA 2.10

Să se traseze diagramele de eforturi T și M la grinda din figura 2.10.

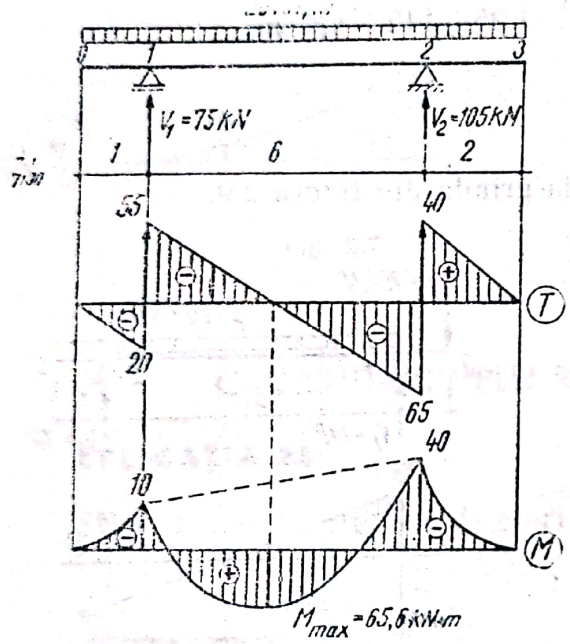


Fig. 2.10

Rezolvare. Reacțiunile se determină din ecuații de momente în raport cu cele două reazeme:

$$(\Sigma M_2 = 0); \quad V_1 \cdot 6 - 20 \cdot 9 \cdot 2{,}5 = 0;$$

$$V_1 = 75 \text{ kN};$$

$$(\Sigma M_1 = 0); \quad 20 \cdot 9 \cdot 3{,}5 - V_2 \cdot 6 = 0;$$

$$V_2 = 105 \text{ kN}.$$

Diagrama Ⓣ are pe consola *0—1* o variație liniară cu ordonatele: $T_0 = 0$ în vîrful consolei și $T_1^{st} = -20$ kN în secțiunea din stînga reazemului *1*. În dreptul reazemului se produce un salt cu valoarea reacțiunii V_1; $T_1^{dr} = -20 + 75 = +55$ kN. Pe intervalul *1—2*, diagrama Ⓣ are, de asemenea, o variație liniară, paralelă cu aceea de pe consolă, deoarece intensitatea încărcării este aceeași. În secțiunea din stînga reazemului *2*, forța tăietoare este: $T_2^{st} = 55 - 20 \cdot 6 = -65$ kN. În dreptul reazemului *2* se produce un nou salt, în sensul și cu valoarea reacțiunii V_2, astfel că în dreapta sa forța tăietoare va fi:

$$T_2^{dr} = -65 + 105 = +40 \text{ kN}.$$

Pe consola din dreapta diagrama este liniară (paralelă cu celelalte variații liniare) și se închide în punctul *3* unde atinge valoarea zero $T_3 = 40 - 2 \cdot 20 = 0$.

Diagrama de momente încovoietoare va avea variații parabolice atît pe console cît și în intervalul *1—2* (T variază liniar).

În vîrful consolelor, tangentele la curba Ⓜ sînt orizontale (parabola se racordează la linia de referință), deoarece $T = 0$.

Ordonatele caracteristice ale diagramei Ⓜ sînt:

pe reazemul *1*, $M_1 = -20 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -10$ kN · m;

pe reazemul *2*, $M_2 = -20 \cdot 2 \cdot 1 = -40$ kN · m.

Unind aceste ordonate cu o dreaptă, se găsește linia de închidere față de

Scanned with OKEN Scanner

care se trasează diagrama de grindă simplu rezemată corespunzătoare deschiderii *1—2*.

$$M_{max}=M_1+\frac{T_1^2}{2p}=-10+\frac{55^2}{2\cdot 20}=65{,}6\ \text{kN}\cdot\text{m}.$$

APLICAŢIA 2.11

Să se traseze diagramele de eforturi T şi M la grinda din figura 2.11.

Rezolvare. Reacţiunile se determină din ecuaţii de momente în raport cu reazemele.

$(\Sigma M_2=0)\quad -20\cdot 7{,}5-60\cdot 3+V_1\cdot 6=0,$

$(\Sigma M_1=0)\quad -20\cdot 1{,}5+60\cdot 3-V_2\cdot 6=0,$

$V_1=55\ \text{kN};$

$V_2=25\ \text{kN}.$

Verificare

$(\Sigma Y_i=0)\qquad -20+55-60+25=0.$

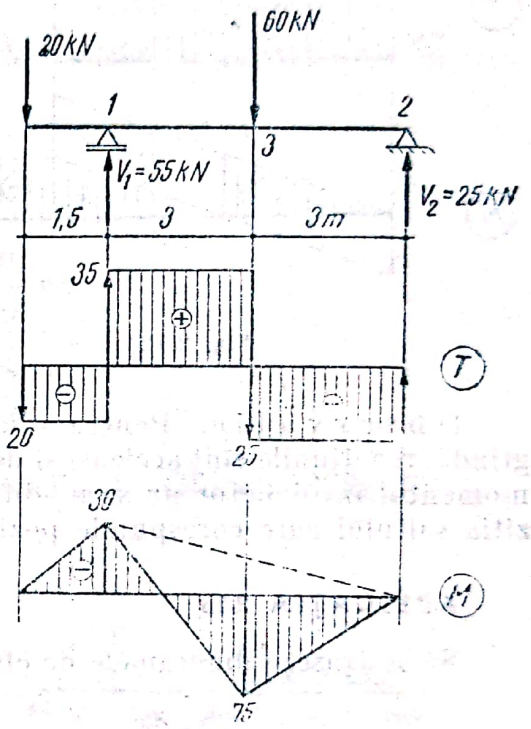


Fig. 2.11

Diagrama de forţe tăietoare se deschide în capătul consolei cu valoarea — 20 kN şi este constantă pînă la reazemul *1* unde apare un salt în sensul şi cu mărimea reacţiunii V_1. La dreapta reazemului:

$$T_1^{dr}=-20+V_1=-20+55=+35\ \text{kN}.$$

Pe intervalul *1—3*, diagrama este constantă ($p=0$), iar în secţiunea *3* apare un salt în sensul şi cu mărimea forţei de 60 kN. Pe intervalul *3—2*, valoarea forţei tăietoare va fi:

$$T_3^{dr}=+35-60=-25\ \text{kN}.$$

Diagrama de forţe tăietoare este constantă şi pe intervalul *3—2* şi se închide în dreptul reazemului *2* cu reacţiunea V_2 a cărei valoare este 25 kN.

Diagrama de momente încovoietoare se obţine rapid aplicînd suprapunerea de efecte.

Pe consolă diagrama are variaţie liniară cu valoarea $M_1=-20\cdot 1{,}5=-30\ \text{kN}\cdot\text{m}$ pe reazem. Pe reazemul *2* momentul încovoietor este nul, astfel încît se poate trasa (cu linie punctată) linia de închidere de la care se suprapune diagrama de grindă simplu rezemată. În dreptul forţei concentrate valoarea momentului încovoietor va fi:

$$M_3=M_3^0-\frac{1}{2}M_1=\frac{60\cdot 6}{4}-\frac{1}{2}\cdot 30=75\ \text{kN}\cdot\text{m}.$$

Observaţie. Valoarea momentului încovoietor M_3 se poate determina şi direct considerînd forţele de la dreapta secţiunii:

$$M_3=-(-V_2\cdot 3)=+25\cdot 3=+75\ \text{kN}\cdot\text{m}.$$

Scanned with OKEN Scanner

APLICAȚIA 2.12

Să se traseze diagramele de eforturi pe grinda simplu rezemată din figura 2.12.

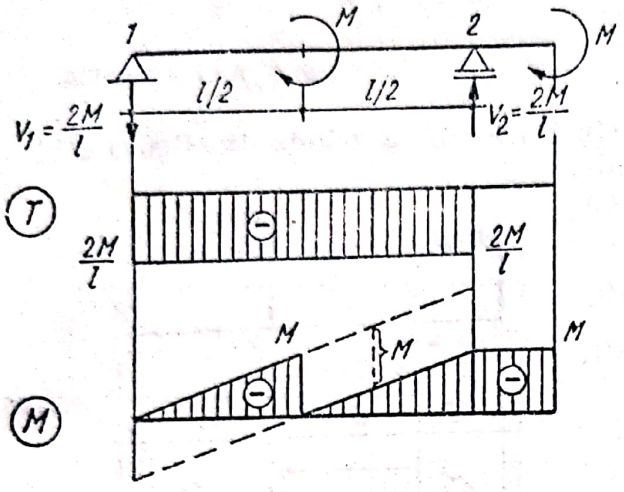


Fig. 2.12

Rezolvare. Reacțiunile V_1 și V_2 trebuie să formeze un cuplu care să echilibreze acțiunea momentelor concentrate pe grindă

$$(V_1=V_2=\frac{2M}{l}).$$

Diagrama Ⓣ este constantă ($p=0$).

Diagrama Ⓜ este constantă pe consolă ($T=0$), iar pe intervalul $1-2$ variază liniar ($p=0$).

În secțiunea în care acționează momentul concentrat, în diagrama M_x apare un salt în sensul momentului (în jos, întrucît M este pozitiv).

Observație. Pentru orice poziție a momentului concentrat M pe grindă, reacțiunile sînt aceleași și deci cele două drepte paralele care reprezintă momentul încovoietor nu se modifică. Diagramele Ⓜ se diferențiază prin poziția saltului care corespunde poziției momentului concentrat M.

APLICAȚIA 2.13

Să se traseze diagramele de eforturi pe grinda din figura 2.13.

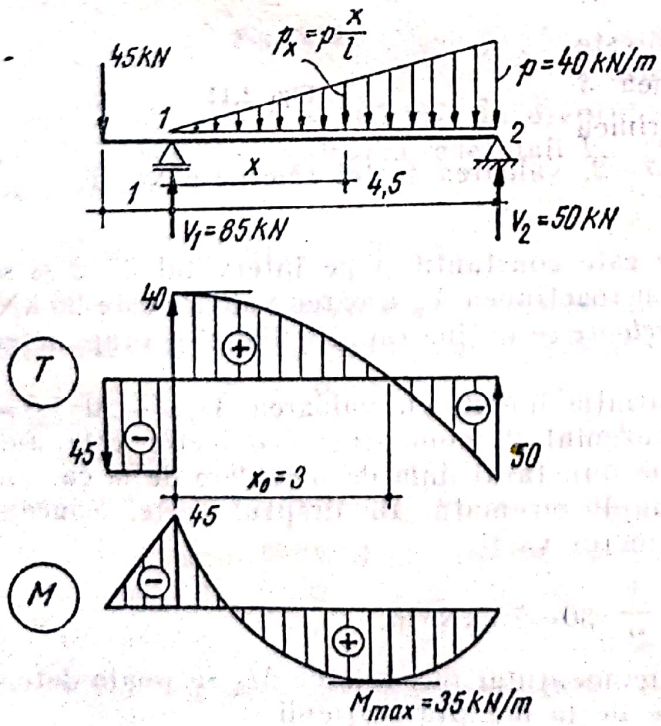


Fig. 2.13

Rezolvare. Din ecuațiile de echilibru rezultă:

$$(\Sigma M_1=0);\ -45\cdot 1+\frac{1}{2}40\cdot$$

$$\cdot 4{,}5\ \frac{2}{3}\ 4{,}5-V_2\cdot 4{,}5=0$$

$$V_2=50\ \text{kN};$$

$$(\Sigma M_2=0);\quad -45\cdot 5{,}5+V_1\cdot$$

$$\cdot 4{,}5-\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 4{,}5\cdot\frac{1}{3}\cdot 4{,}5=0$$

$$V_1=85\ \text{kN}.$$

Verificare

$$(\Sigma Y_i=0);\ -45-\frac{1}{2}40\cdot$$

$$\cdot 4{,}5+85+50=0.$$

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama Ⓣ se deschide cu 45 kN şi este constantă pe consolă ($p=0$), apoi în dreptul reazemului *1* face un salt în sensul şi cu valoarea reacţiunii V_1.

Diagrama se continuă cu o parabolă care este tangentă în *1* la o dreaptă paralelă cu axa de referinţă şi se închide cu reacţiunea V_2. Secţiunea în care se anulează forţa tăietoare ($T_x=0$), rezultă din relaţia:

$$T_{x_0}=40-\frac{1}{2}\,p_x\cdot x_0=0;$$

$$40-\frac{1}{2}\cdot\frac{40}{4{,}5}\cdot x_0^2=0;\quad x_0=3\text{ m}.$$

Diagrama Ⓜ este liniară pe consolă şi o curbă de gradul *3* pe intervalul *1—2*.

$$M_1=-45\cdot 1=-45\text{ kN}\cdot\text{m}.$$

$$M_x=-45(x+1)+85\cdot x-\frac{1}{2}p_x\cdot x\cdot\frac{x}{3}=$$

$$=-45+40\cdot x-\frac{40}{27}x^3.$$

$$M_{max}=-45+40\cdot 3-\frac{40}{27}\cdot 3^3=+35\text{ kN}\cdot\text{m}.$$

D. GRINZI CU CONSOLE ŞI ARTICULAŢII (GRINZI GERBER)

APLICAŢIA 2.14

Să se traseze diagramele de eforturi T şi M la grinda Gerber din figura 2.14.

Pentru rezolvarea unei grinzi cu articulaţii şi console aceasta se descompune în grinzi componente, static determinate. Astfel, în cazul de faţă grinda simplu rezemată *1—2* se reazemă în punctul *2* pe grinda cu consolă *2—3—4*

Calcul l reacţiunilor:

(1—2) (Σ $=0$); $V_1=V_2=30$ kN;

(2—3—4) ($\Sigma M_3=0$); $-30\cdot 1+$
$+20\cdot 5\cdot 2{,}5-V_4\cdot 5=0;$

$V_4=44$ kN;

($\Sigma M_4=0$); $-30\cdot 6-20\cdot 5\cdot 2{,}5+$
$+V_3\cdot 5=0;$

$V_3=86$ kN.

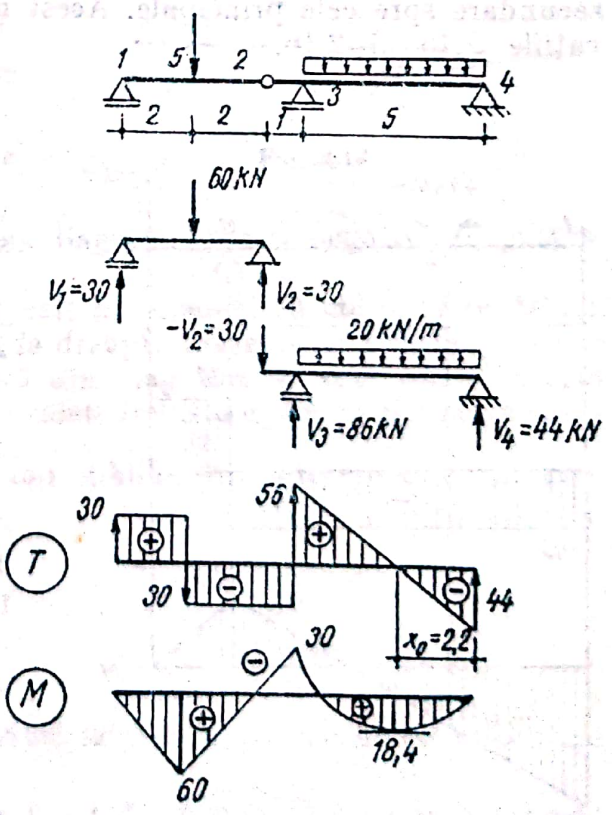


Fig. 2.14

Poziția punctului de anulare a forței tăietoare se determină astfel:

a) $\frac{44}{x}=\frac{56}{5-x}$; $x=2{,}2$ m;

sau

b) $T^{dr}=44-20x=0$; $x=2{,}2$ m.

În diagrama de momente încovoietoare apar variații liniare pe grinda secundară și o variație parabolică pe grinda principală. Ordonatele caracteristice sînt:

$M_5=+30\cdot 2=+60$ kN·m;

$M_3=-30\cdot 1=-30$ kN·m (considerînd separat grinda principală);

sau

$M_3=V_1\cdot 5-60\cdot 3=30\cdot 5-60\cdot 3=-30$ kN·m (considerînd ansamblul grinzii Gerber).

Momentul maxim din intervalul *3—4* al grinzii principale se determină fie din relația de recurență:

$$M_{max}=-30+\frac{56\cdot 2{,}8}{2}=+48{,}4 \text{ kN}\cdot\text{m},$$

fie utilizînd relația:

$$M_{max}=\frac{V_4^2}{2p}=\frac{44^2}{2\cdot 20}=48{,}4 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Observație. În unele cazuri diagramele de eforturi la grinzile Gerber se pot trasa direct, fără a mai face descompunerea în grinzi principale și grinzi secundare. Diagramele se trasează calitativ pornind de la grinzile secundare spre cele principale. Acest mod de rezolvare este arătat în aplicațiile 2.15 și 2.16.

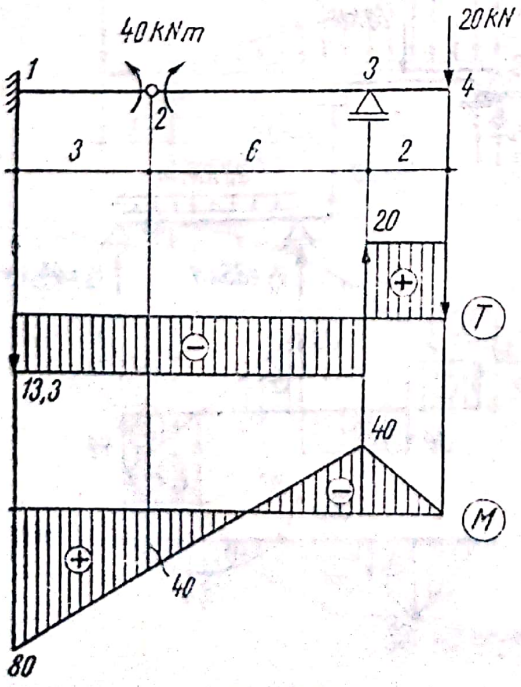


Fig. 2.15

APLICAȚIA 2.15

Să se traseze diagrama de momente încovoietoare la grinda cu console și articulații din figura 2.15.

Rezolvare. Trasarea diagramei M se începe de la grinda secundară *2—3—4*, pe care apare diagrama tipică de încărcare pe consolă.

Pe reazemul *3* momentul este: $M_3=-2\cdot 20=-40$ kN·m.

În intervalul *1—3* diagrama este de asemenea liniară, avînd în secțiunea *3* ordonata $M_3=-40$ kN·m, iar în articulația *2*, ordonata +40 kN·m egală cu valoarea momentului încovoietor ce apare ca încărcare în această articulație.

Această variație liniară trece neschimbată (ca înclinare) prin articulația *2*, mergînd pînă în dreptul încastrării *1*.

Scanned with OKEN Scanner

Din asemănarea triunghiurilor rezultă valoarea ordonatei din încastrare: $M_1 = +80$ kN·m.

Forța tăietoare este pozitivă pe consolă (+20 kN) și negativă în intervalul $1-3$ ($T = \frac{80+40}{9} = 13{,}3$ kN, valoare determinată din panta variației liniare din diagrama Ⓜ).

APLICAȚIA 2.16

Să se traseze diagramele de eforturi T și M la grinda cu console și articulații din figura 2.16, fără a descompune structura în grinzi componente.

Rezolvare. Diagramele se pot trasa calitativ numai pe baza relațiilor dintre încărcări și eforturi.

Astfel, diagrama de momente încovoietoare pe consolă este liniară și negativă cu valoarea $M_1 = 40$ kN·m pe reazem. Pe zona $1-2-3$ diagrama este liniară, având valoarea zero în dreptul articulației *2*. Înseamnă deci că pe reazemul *3* momentul va fi $M_3 = 40 \cdot \frac{1}{4} = 10$ kN·m. Pe zona $3-4$ diagrama va fi, de asemenea, liniară, având valoarea zero pe reazemul *4*.

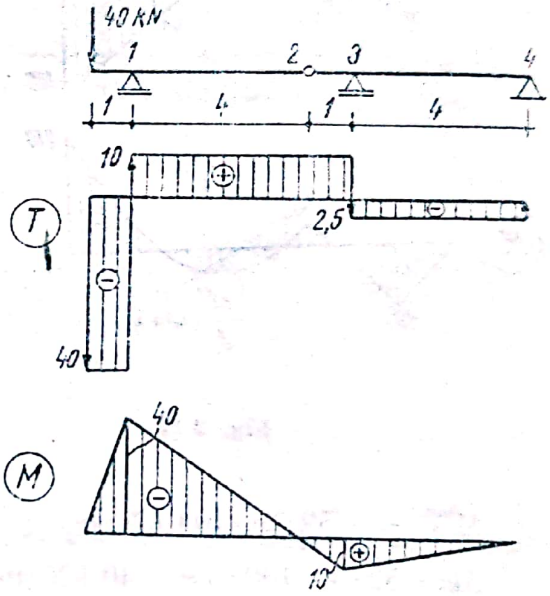


Fig. 2.16

Ținînd seama de relațiile dintre eforturi și încărcări, în diagrama Ⓣ, forța tăietoare este constantă pe fiecare din cele trei intervale în care diagrama Ⓜ are variații liniare. Astfel, pe consolă diagrama Ⓣ este negativă și egală cu forța de 40 kN.

În dreptul reazemului *1* apare un salt în sensul și cu mărimea reacțiunii V_1, care nu se cunoaște, dar se știe că la dreapta reazemului *1* forța tăietoare trebuie să fie pozitivă (variația liniară din diagrama Ⓜ este rotită în sens orar față de axa barei). Valoarea forței tăietoare este egală cu panta variației liniare: $T_1^{dr} = \frac{40+10}{5} = 10$ kN. În mod similar se determină forța tăietoare: $T_3^{dr} = -\frac{10}{4} = -2{,}5$ kN.

APLICAȚIA 2.17

Să se traseze diagramele de eforturi la grinda cu console și articulații din figura 2.17.

Rezolvare. Grinda se descompune în grinda secundară $3-4$ și în grinzile principale $1-2-3$ și $4-5$. Reacțiunile sînt:

Scanned with OKEN Scanner

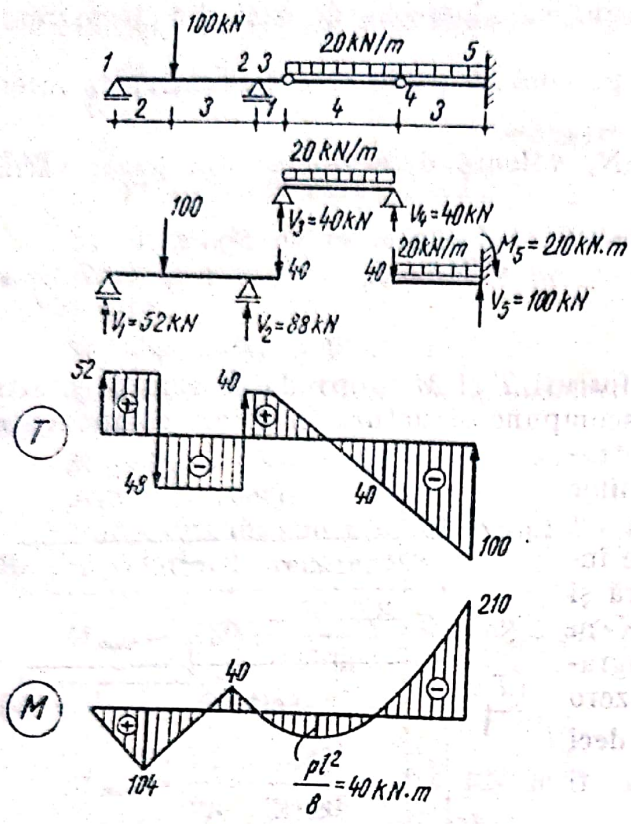


Fig. 2.17

(3—4) ($\Sigma Y_i=0$); $V_3=V_4=\frac{pl}{2}=$

$=\frac{20\cdot 4}{2}=40$ kN;

(1—2—3) ($\Sigma M_1=0$); $100\cdot 2+$
$+40\cdot 6-V_2\cdot 5=0$;

$V_2=88$ kN;

($\Sigma M_2=0$); $V_1\cdot 5-100\cdot 3+40\cdot$
$\cdot 1=0$;

$V_1=52$ kN;

(4—5) ($\Sigma M_5=0$); $-40\cdot 3-20\cdot$
$\cdot 3\cdot 1{,}5+M=0$;

$M=210$ kN·m;

($\Sigma Y_i=0$); $40+20\cdot 3-V_5=0$;

$V_5=100$ kN.

Observaţie. Pe toată zona grinzii încărcată cu forţă uniform distribuită, panta diagramei de forţe tăietoare este aceeaşi.

Momentele încovoietoare sînt:

$M_{12}^{max}=+52\cdot 2=104$ kN·m;

$M_2=52\cdot 5-100\cdot 3=-40$ kN·m

sau

$M_2=+104-48\cdot 3=-40$ kN·m.

Pe grinda secundară *3—4* şi pe bara încastrată *4—5*, diagrama de momente încovoietoare variază parabolic (p=ct.; T variază liniar). Ordonatele caracteristice sînt:

$$M_{34}^{max}=\frac{pl^2}{8}=\frac{20\cdot 4^2}{8}=40 \text{ kN}\cdot\text{m};$$

$M_5=-210$ kN·m (în încastrare).

APLICAŢIA 2.18

Să se traseze diagramele de eforturi T şi M la grinda cu articulaţii şi console din figura 2.18.

Rezolvare. Grinda din figura 2.18 este alcătuită din două grinzi principale: consola *1—2* şi grinda cu consolă *3—4—5*, şi o grindă secundară, porţiunea *3—4*, care sînt puse în evidenţă prin descompunere.

Reacţiunile grinzii secundare sînt: $V_3=30$ kN şi $V_4=30$ kN, cu care se încarcă grinzile principale. În încastrare apar: $V_1=30$ kN şi $M_1=30\cdot 2=$ $=60$ kN·m, iar la grinda *3—4—5*, reacţiunile vor fi: $V_4=100$ kN şi $V_5=$ $=50$ kN.

Ca verificare se foloseşte ecuaţia de proiecţie pe verticală:

$(\Sigma Y_i=0)$ $30-60+100-20\cdot 6+50=0.$

Diagrama Ⓣ este constantă pe intervalul cuprins între reazemul *1* şi forţa de 60 kN (avînd valoarea +30 kN) şi cel cuprins între forţa de 60 kN şi reazemul *4* (valoarea −30 kN) şi are o variaţie liniară pe intervalul *4*—*5*, de la valoarea +70 kN la valoarea −50 kN.

Diagrama Ⓜ se deschide cu valoarea momentului din încastrare (−60 kN·m), are variaţii liniare în intervalele cuprinse între forţa de 60 kN şi reazemele *1* şi *4*, şi o variaţie parabolică în intervalul *4*—*5*. Ordonata din dreptul forţei concentrate este: $\frac{p\cdot l}{4}=\frac{60\cdot 6}{4}=90$ kN·m, iar momentul maxim din intervalul *4*—*5* se determină cu relaţia:

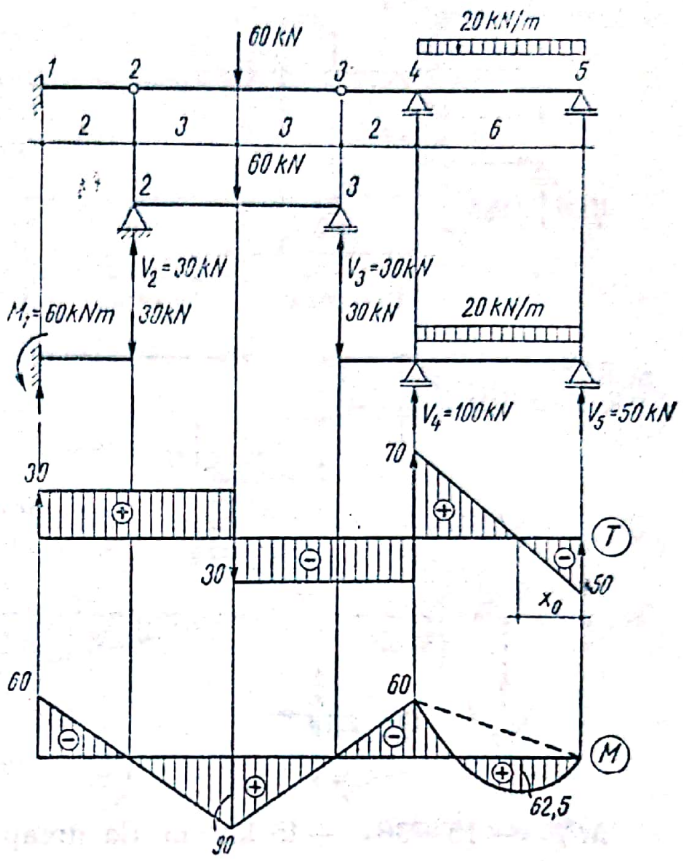


Fig. 2.18

$$M_{max}=\frac{V^2}{2p}=\frac{50^2}{2\cdot 20}=62{,}5 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

APLICAŢIA 2.19

Să se traseze diagramele de eforturi *T* şi *M* la grinda cu articulaţii şi console din figura 2.19.

Aplicînd aceeaşi metodă ca la aplicaţiile precedente, se descompune grinda dată în grinzi componente static determinate.

Calculul reacţiunilor:

$(1-2)$ $(\Sigma M_2=0)$; $-45+V_1\cdot 3=0$;

$V_1=15$ kN;

$(2-3-4)$ $(\Sigma M_4=0)$; $15\cdot 7+45-V_3\cdot 6+30=0$;

$V_3=30$ kN;

$(\Sigma M_3=0)$; $15\cdot 1+45+30-V_4\cdot 6=0$;

$V_4=15$ kN.

Scanned with OKEN Scanner

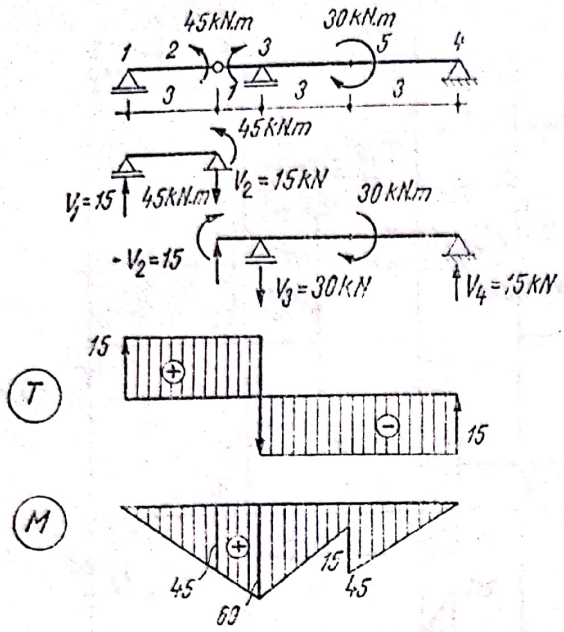


Fig. 2.19

Diagrama de forţe tăietoare este constantă atît pe grinda secundară, cît şi pe cea principală, întrucît nu există încărcări distribuite ($p=0$).

Pe tot intervalul *1—3*, $T_{13}=+V_1$, iar pe intervalul *3—4*, $T_{34}=-V_4$. În consecinţă, ordonatele caracteristice sînt:

$$T_{13}=+15 \text{ kN};$$

$$T_3^{dr}=+15-30=-15 \text{ kN}.$$

Diagrama de momente încovoietoare are numai variaţii liniare. Ordonatele caracteristice sînt:

$$M_2=+45 \text{ kN}\cdot\text{m}; M_3=45+15\cdot 1=+60 \text{ kM}\cdot\text{m};$$

$$M_5^{st}=60-15\cdot 3=+15 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

(la stînga);

$M_5^{dr}=+15+30=+45$ kN·m (la dreapta).

Pornind din dreapta (cu semn schimbat) se obţin aceleaşi valori pentru momentele încovoietoare:

$M_5^{dr}=15\cdot 3=+45$ kN·m;
$M_5^{st}=+45-30=+15$ kN·m.

E. BARE COTITE

APLICAŢIA 2.20

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M şi deformata barei cotite din figura 2.20.

Rezolvare. În rezemări apar reacţiunile V_1, H_1 şi V_2 ale căror mărimi se determină scriind cele trei ecuaţii de echilibru static:

$(\Sigma X_i=0)$; $30-H_1=0$; $H_1=30$ kN;
$(\Sigma M_1=0)$; $30\cdot 2-V_2\cdot 6=0$; $V_2=10$ kN;
$(\Sigma Y_i=0)$; $-V_1+V_2=0$; $V_1=10$ kN.

Pentru definirea semnelor diagramelor se alege un sens de parcurgere a structurii, marcat cu săgeţile punctate.

Diagrama de forţe axiale apare numai pe bara *1—3*, este constantă, pozitivă (V_1 „iese" din secţiune şi deci întinde bara) şi are valoarea de 10 kN. Diagrama de forţe tăietoare se deschide în secţiunea *1* cu valoarea reacţiunii orizontale $H_1=30$ kN, este constantă pînă la forţa exterioară de 30 kN şi se închide cu valoarea acesteia. Pe bara orizontală, în secţiunea infinit vecină nodului *3*, diagrama Ⓣ se deschide cu valoarea reacţiunii $V_1=10$ kN,

Scanned with OKEN Scanner

rămîne constantă pe toată bara şi se închide în reazemul 2 cu reacţiunea V_2.

Diagrama de momente încovoietoare este liniară pe intervalele 1—4 şi 2—3 şi constantă pe intervalul 3—4 unde forţa tăietoare este nulă.

În legătură cu trasarea diagramei de momente se fac următoarele observaţii;

— în nodul 3 — nod de două bare — momentul de pe stîlp trebuie să fie egal cu cel de pe riglă, pentru a asigura echilibrul nodului; deci, cunoscînd diagrama pe una din bare, momentul pe cealaltă bară se poate obţine prin rabaterea ordonatei de pe prima bară;

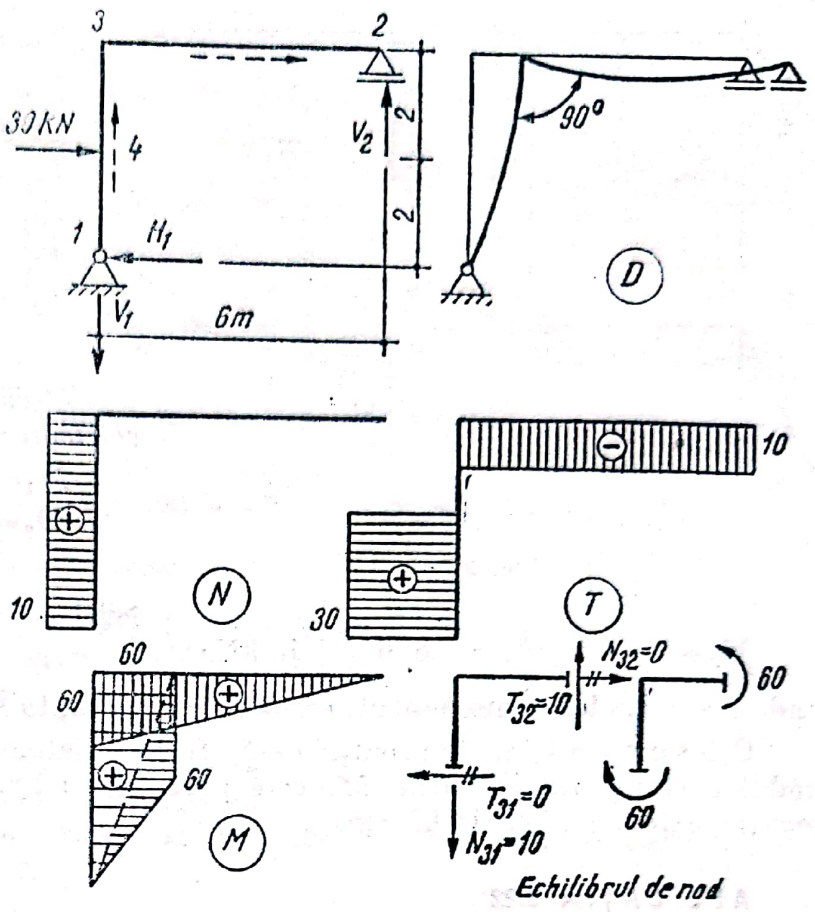


Fig. 2.20

— zona haşurată mai des reprezintă diagrama de grindă simplu rezemată, dată de o forţă concentrată la jumătatea deschiderii, în timp ce restul diagramei (cele două triunghiuri haşurate mai rar) reprezintă efectul nodului rigid;

— nodul 3 trebuie să fie în echilibru şi din punctul de vedere al momentelor ($\Sigma M=0$) şi al forţelor axiale şi tăietoare ($\Sigma X=0$, $\Sigma Y=0$).

Pentru trasarea deformatei se ţine seama că pe fiecare bară fibra întinsă este de partea diagramei de momente. De remarcat că după deformare, între tangentele la barele deformate trebuie să rămînă acelaşi unghi ca şi înainte de deformare (90° în acest caz), întrucît nodul rigid nu permite variaţia acestuia.

APLICAŢIA 2.21

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M la bara cotită din figura 2.21.

Rezolvare. Din ecuaţiile de echilibru static rezultă următoarele reacţiuni:

$(\Sigma X_i=0)$; $\quad 6\cdot 4-H_1=0$; $\quad H_1=24$ kN;

$(\Sigma M_1=0)$; $\quad 6\cdot 4\cdot 2-V_2\cdot 6=0$; $\quad V_2=8$ kN;

$(\Sigma Y_i=0)$; $\quad -V_1+V_2=0$; $\quad V_1=8$ kN.

Scanned with OKEN Scanner

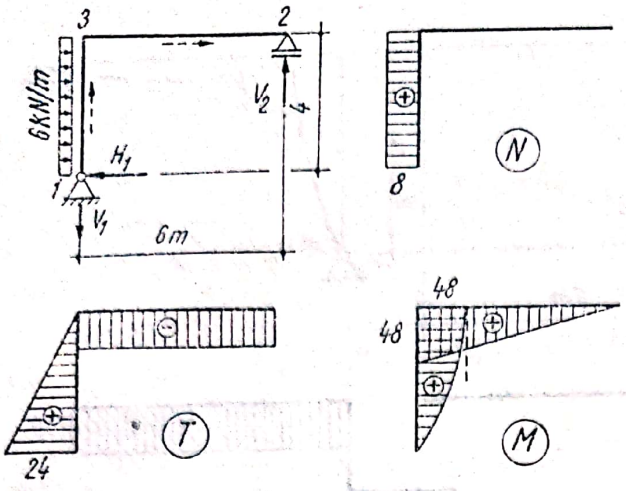


Fig. 2.21

Diagrama de forțe axiale:

$N_{13}=+V_1=+8$ kN;

$N_{23}=0$.

Diagrama de forțe tăietoare:

$T_{13}=+H_1=+24$ kN;

$T_{31}=+24-6\cdot 4=0$;

$T_{32}=-V_1=-8$ kN;

$T_{23}=-V_1=-(+V_2)=$

$=-8$ kN.

Diagrama de momente încovoietoare:

$M_1=0,\ M_2=0$;

$M_3=+24\cdot 4-6\cdot 4\cdot 2=$

$=+48$ kN;

sau:

$M_3=-(-V_2\cdot 6)=+8\cdot 6=+48$ kN·m,

unde s-a considerat momentul forțelor de la dreapta secțiunii *3*.

Observații. Pe bara *1—3*, forța tăietoare se anulează chiar în nodul *3* (tangenta la curba M_x este paralelă cu axa barei), deci momentul maxim este egal cu 48 kN·m.

APLICAȚIA 2.22

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M la bara cotită din figura 2.22.

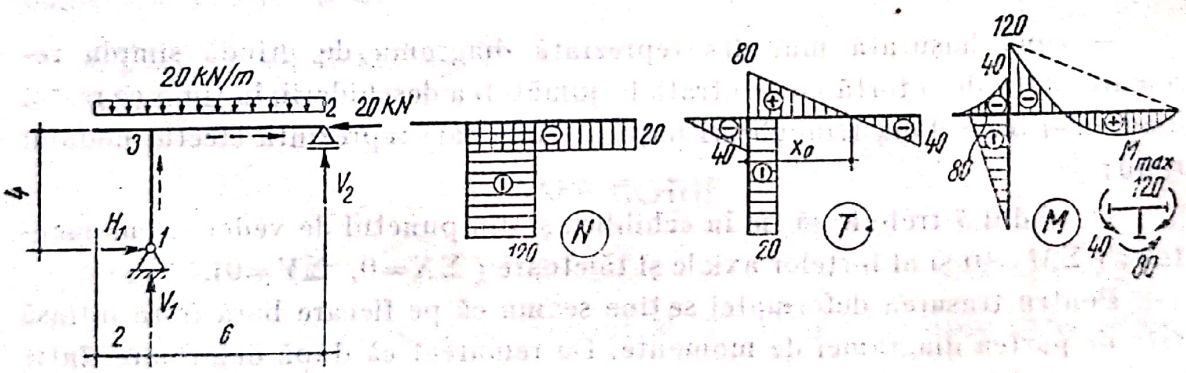


Fig. 2.22

Rezolvare

$(\Sigma X_i=0)$; $H_1-20=0,\ H_1=20$ kN;

$(\Sigma M_1=0)$; $20\cdot 8\cdot 2-20\cdot 4-V_2\cdot 6=0,\quad V_2=40$ kN;

$(\Sigma M_2=0)$; $-H_1\cdot 4+V_1\cdot 6-20\cdot 8\cdot 4=0$;

$-20\cdot 4+V_1\cdot 6-20\cdot 8\cdot 4=0,\quad V_1=120$ kN.

Verificare

$\Sigma Y_i=0$

$V_1+V_2-20\cdot 8=0$

$120+40-20\cdot 8=0$

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama de forțe axiale

$N_{13}=-120$ kN (V_1 „intră" în secțiune);
$N_{23}=-20$ kN (H_1 „intră" în secțiune).

Diagrama de forțe tăietoare

$T_{13}=-H_1=-20$ kN;
Pe consolă: $T_3^{st}=-20\cdot 2=-40$t.
Pe riglă: $T_{32}=+V_1-2\cdot 20=120-40=+80$ kN;
$T_{23}=T_{32}-20\cdot 6=80-120=-40$ sau
$T_{23}=-V_2=-40$ kN.

Secțiunea în care se anulează diagrama ⓣ, necesară pentru calculul momentului maxim, rezultă din condiția:

$$T_x=80-20\cdot x=0 \quad x_0=80/20=4 \text{ m}.$$

Diagrama de momente încovoietoare

Pe stîlp: $M_1=0$, $M_{31}=-H_1\cdot 4=-20\cdot 4=-80$ kN·m.
Pe consolă: $M_3^{st}=-20\cdot 2\cdot 1=-40$ kN·m.
Pe riglă: $M_2=0$, $M_3^{dr}=-(-V_2\cdot 6+20\cdot 6\cdot 3)=-120$ kN·m.

Controlul diagramei de momente se face verificînd echilibrul nodului de trei bare: $\Sigma M=0$; $-40-80+120=0$.

Momentul maxim se găsește la distanța $x_0=4$ m sau la distanța de: $6-4=2$ m de reazemul *2*.

$$M_{max}=-(-V_2\cdot 2+20\cdot 2\cdot 1)=+40\cdot 2-40=+40 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

sau

$$M_{max}=\frac{1}{2}\cdot 40\cdot 2=40 \text{ kN}\cdot\text{m (din relația de recurență)}.$$

APLICAȚIA 2.23

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M la bara cotită din figura 2.23.

Rezolvare

$(\Sigma X_i=0)$; $H_1=0$;
$(\Sigma M_1=0)$; $15\cdot 8\cdot 4-V_2\cdot 8=0$, $V_2=60$ kN;
$(\Sigma M_2=0)$; $V_1\cdot 8-15\cdot 8\cdot 4=0$, $V_1=60$ kN.

Verificare

$(\Sigma Y_i=0)$ $V_1+V_2-15\cdot 8=0$;
$60+60-120=0$;
$\sin\alpha=4/4{,}47=0{,}894$;
$\cos\alpha=2/4{,}47=0{,}447$.

Diagrama de forțe axiale

$N_{13}=-V_1\sin\alpha=-60\cdot 0{,}894=-53{,}6$ kN;
$N_{23}=0$.

Scanned with OKEN Scanner

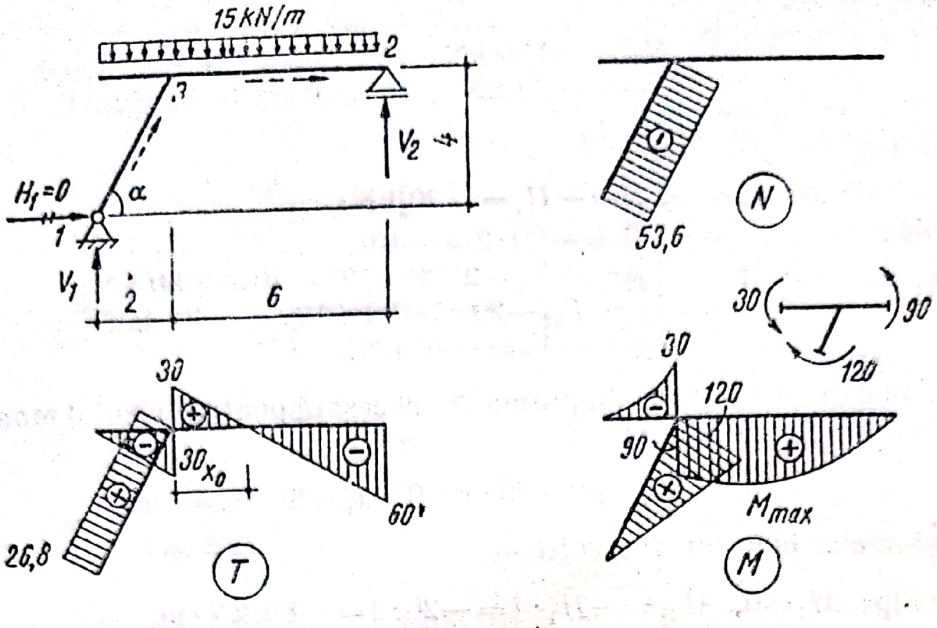


Fig. 2.23

Diagrama de forțe tăietoare

Pe consolă: $T_{13}=V_1\cos\alpha=60\cdot0{,}447=26{,}8$ kN.

$T_3^{st}=-15\cdot2=-30$ kN;

$T_{32}=V_1-15\cdot2=60-30=30$ kN;

$T_2=T_{32}-15\cdot6=30-90=-60$ kN $(T_2=-V_2)$.

Secțiunea de anulare a diagramei T:

$$T_x=0,\ 30-15\cdot x_0=0,\quad x_0=30/15=2\text{ m}.$$

Diagrama de momente încovoietoare

Pe consolă: $M_3^{st}=-15\cdot2\cdot1=-30$ kN·m.

Pe stîlp: $M_{31}=+V_1\cdot2=60\cdot2=+120$ kN·m.

Pe riglă: $M_3^{dr}=-(-V_2\cdot6+15\cdot6\cdot3)=60\cdot6-15\cdot6\cdot3=$
$=+90$ kN·m.

Valoarea momentului maxim:

$$M_{max}=M_3^{dr}+\Omega^T=90+\frac{1}{2}\cdot2\cdot30=120\text{ kN}\cdot\text{m}.$$

APLICAȚIA 2.24

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M la structura din figura 2.24.

Rezolvare. Structura este alcătuită dintr-o bară rigidă — grinda 1—3 cu consolă — și un tirant care nu poate prelua decît un efort de întindere — T.

$(\sum M_1=0)$; $\quad -30\cdot6+T\cdot d=0,\quad T=180/2{,}4=75$ kN;

Scanned with OKEN Scanner

$$\sin\alpha=3/5=0{,}6,\ \cos\alpha=4/5=0{,}8,\ d=4\cdot\sin\alpha=2{,}4\ \text{m};$$

$(\sum X_i=0)$; $\quad T\cos\alpha-H_1=0,\ H_1=75\cdot0{,}8=60\ \text{kN};$

$(\sum Y_i=0)$; $\quad -30+T\cdot\sin\alpha+V_1=0,\ V_1=30-75\cdot0{,}6=-15\ \text{kN}.$

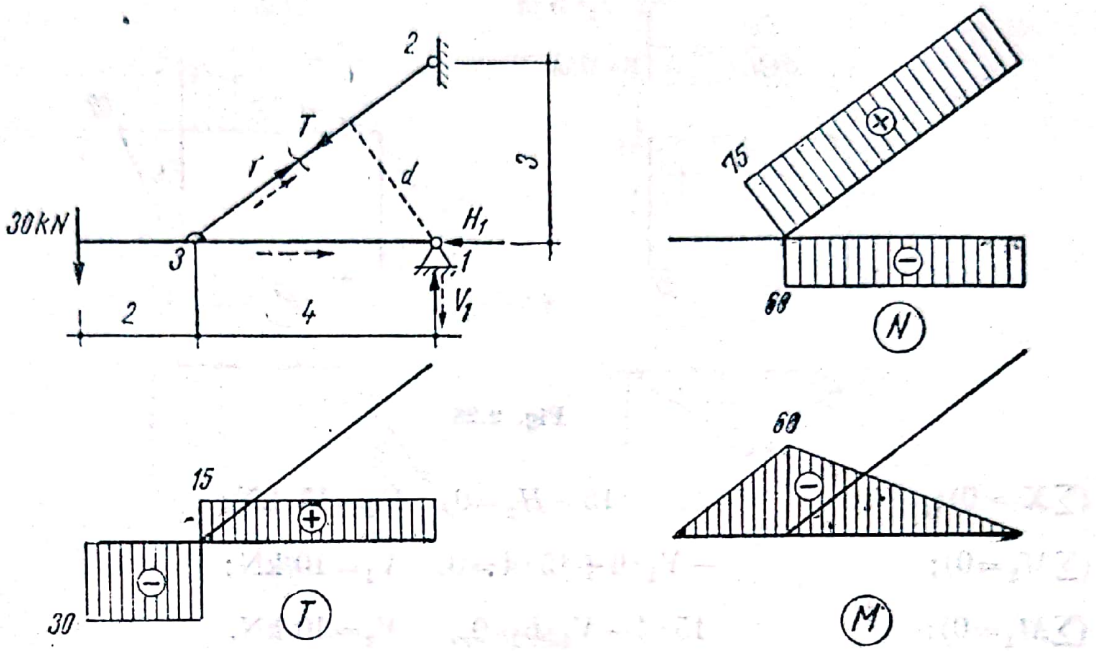


Fig. 2.24

O b s e r v a ţ i e. Întrucît din ecuaţia de echilibru static reacţiunea V_1 a ieşit cu semnul minus, se taie sensul adoptat iniţial şi se pune alături sensul real (punctat).

Diagrama N

Pe tirant: $N_{23}=+75$ kN.

Pe riglă: $N_{13}=-T\cos\alpha=-75\cdot0{,}8=-60$ kN

$(N_{13}=-H_1)$.

Diagrama T

$T_3^{st}=-30$ kN; $T_3^{dr}=-30+\text{T}\cdot\sin\alpha=-30+75\cdot0{,}6=+15$ kN.

Diagrama M

$M_3=-30\cdot2=-60$ kN·m.

F. CADRE STATIC DETERMINATE CU O SINGURĂ DESCHIDERE

APLICAŢIA 2.25

Să se traseze diagramele de eforturi M, T, N la cadrul din figura 2.25.

Rezolvare. Se determină reacţiunile din cele trei ecuaţii de echilibru static disponibile:

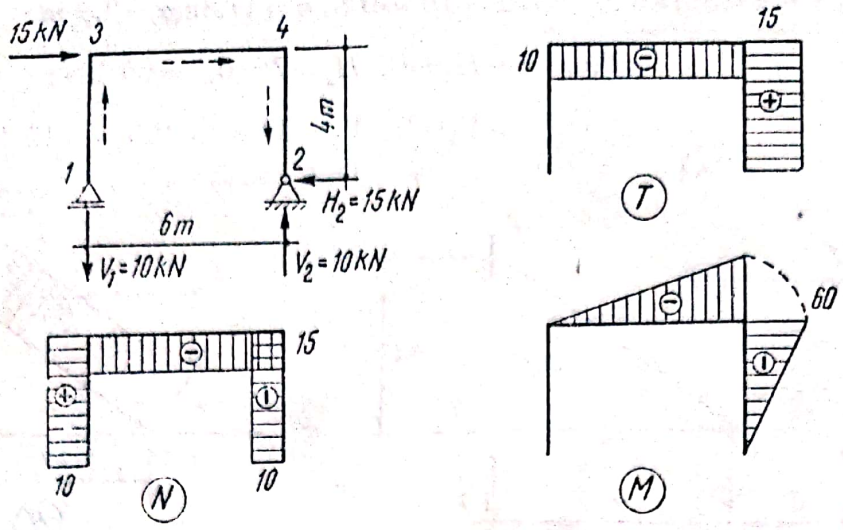


Fig. 2.25

$(\sum X_i=0)$; $15-H_2=0$, $H_2=15$ kN;

$(\sum M_2=0)$; $-V_1\cdot 6+15\cdot 4=0$, $V_1=10$ kN;

$(\sum M_1=0)$; $15\cdot 4-V_2\cdot 6=0$, $V_2=10$ kN.

Diagrama de forţe axiale are valori constante pe toate barele:

$N_{13}=+10$ kN;

$N_{34}=-15$ kN;

$N_{24}=-10$ kN.

Diagrama de forţe tăietoare apare numai pe barele *3—4* şi *2—4*.

Pe bara *3—4* (rigla cadrului), diagrama este constantă şi negativă (reacţiunea V_1 se proiectează cu sensul de sus în jos):

$T_{34}=-V_1=-10$ kN.

Pe bara *2—4* diagrama se deschide cu forţa de 15 kN şi se închide în reazemul *2* cu reacţiunea H_2:

$T_{24}=+15$ kN.

Diagrama de momente încovoietoare apare numai pe barele *3—4* şi *2—4*, deoarece stîlpul din stînga (bara *1—3*) este solicitat numai axial (reacţiunea V_1 acţionează în lungul axei barei şi nu poate da moment încovoietor).

Pe bara *3—4* diagrama are o variaţie liniară ($M_x=-V_1\cdot x$).

În nodul *4*, valoarea momentului încovoietor este:

$M_{43}=-V_1\cdot 6=-10\cdot 6=-60$ kN·m.

Întrucît nodul *4* este un nod cu două bare, pe stîlp momentul încovoietor trebuie să fie egal cu cel de pe riglă (se rabate). Pe bara *2—4* variaţia este tot liniară, momentul fiind nul în articulaţia *2*.

Scanned with OKEN Scanner

APLICAȚIA 2.26

Să se traseze diagramele de eforturi M, T, N la cadrul din figura 2.26.

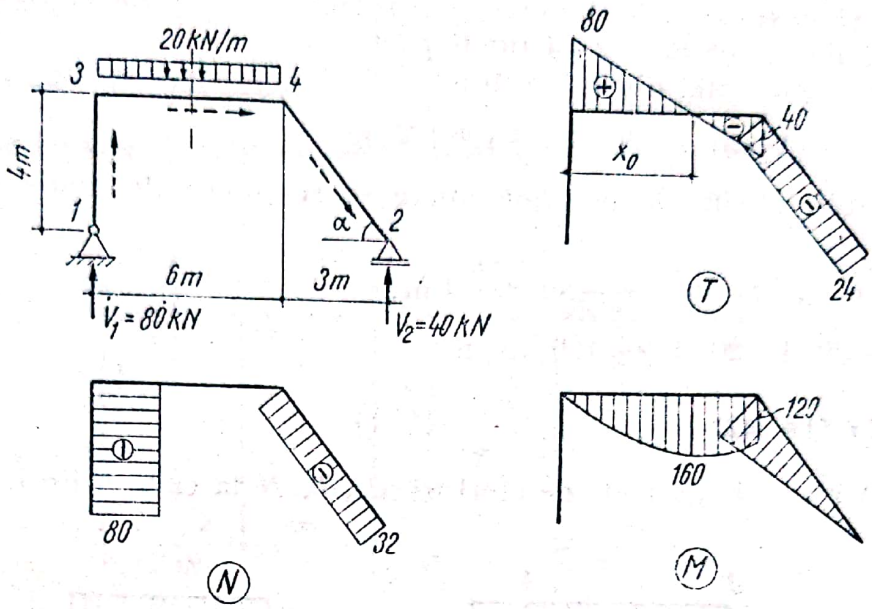


Fig. 2.26

Rezolvare. La acest cadru, datorită particularității de încărcare (numai cu forțe verticale), nu există reacțiune orizontală, $H_1=0$.

Reacțiunile verticale se determină din ecuații de momente în raport cu cele două reazeme:

$(\sum M_2=0)$; $\quad V_1\cdot 9-20\cdot 6\cdot 6=0, \quad V_1=80$ kN;

$(\sum M_1=0)$; $\quad 20\cdot 6\cdot 3-V_2\cdot 9=0, \quad V_2=40$ kN.

Diagrama de forțe axiale apare numai pe stîlpi, pe riglă diagrama fiind identic nulă, întrucît nu există forțe (orizontale sau înclinate) care să dea proiecție pe axa barei.

Pe bara *1—3*, $\quad N_{13}=-V_1=-80$ kN;

Pe bara *2—4*, $\quad N_{24}=-V_2\cdot \sin\alpha=-40\cdot 0{,}8=-32$ kN.

O b s e r v a ț i e. Lungimea barei *2—4* este:

$$l_{24}=\sqrt{4^2+3^2}=5 \text{ m},$$ iar funcțiile trigonometrice necesare proiecțiilor sînt:

$\sin\alpha=4/5=0{,}8$;

$\cos\alpha=3/5=0{,}6$.

Diagrama de forțe tăietoare este identic nulă pe stîlpul *1—3* (V_1 acționează în lungul axei barei), are o variație liniară pe rigla *3—4* (p=ct.) și este constantă pe stîlpul *2—4* ($p=0$). Ordonatele caracteristice sînt:

$T_{34}=+V_1=+80$ kN;

$T_{43}=T_{34}-20\cdot 6=80-120=-40$ kN;

În bara *2—4*, $T_{24}=-V_2\cdot\cos\alpha=-40\cdot 0{,}6=-24$ kN.

Diagrama de momente încovoietoare este identic nulă pe bara *1—3* (deoarece V_1 acționează în lungul axei barei), are o variație parabolică pe riglă (p=ct.) și o variație liniară pe bara *2—4* (unde $p=0$).

Valoarea ordonatei din nod este:

$M_{42}=-(-V_2\cdot 3)=+40\cdot 3=+120$ kN·m.

Momentul maxim de pe riglă apare în secțiunea de anulare a forței tăietoare:

$T_x=80-20\cdot x_0=0, \quad x_0=80/20=4$ m;

$M_{max}=80\cdot 4-20\cdot 4\cdot 2=160$ kN·m.

APLICAȚIA 2.27

Să se traseze diagramele de eforturi M, T, N la cadrul din figura 2.27.

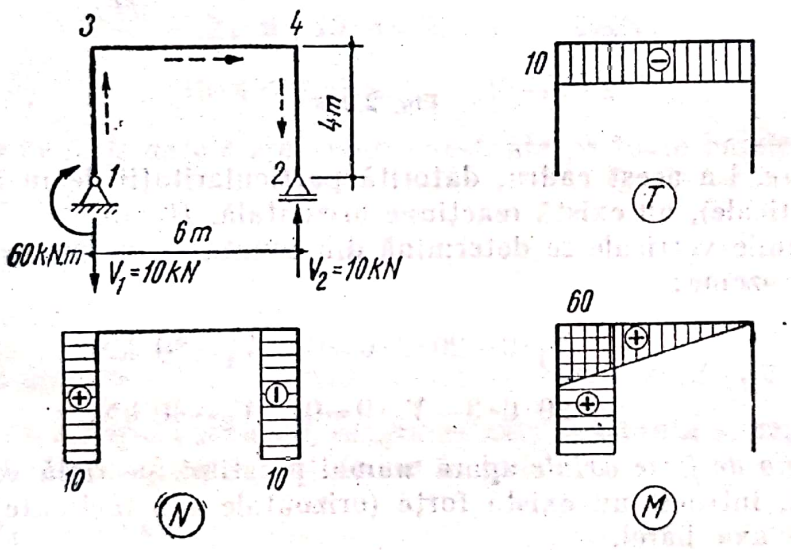


Fig. 2.27

Rezolvare

Reacțiunea orizontală din articulație este nulă, $H_1=0$, iar cele două reacțiuni verticale trebuie să fie egale și de sens contrar (alcătuiesc un cuplu care echilibrează momentul exterior):

$(\sum M_2=0)$; $\quad 60-V_1\cdot 6=0, \quad V_1=10$ kN;

$(\sum M_1=0)$; $\quad 60-V_2\cdot 6=0, \quad V_2=10$ kN.

Diagrama de forțe axiale apare numai pe stîlpi:

$N_{13}=+V_1=+10$ kN;

$N_{24}=-V_2=-10$ kN.

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama de forțe tăietoare apare numai pe riglă:

$T_{34} = -V_1 = -10$ kN.

Diagrama de momente încovoietoare este constantă pe stîlpul *1—3* și egală cu valoarea momentului exterior $M_{13} = M_{31} = +60$ kN·m și are variație liniară pe riglă ($p = 0$).

APLICAȚIA 2.28

Să se traseze diagramele de eforturi M, T, N la cadrul din figura 2.28.

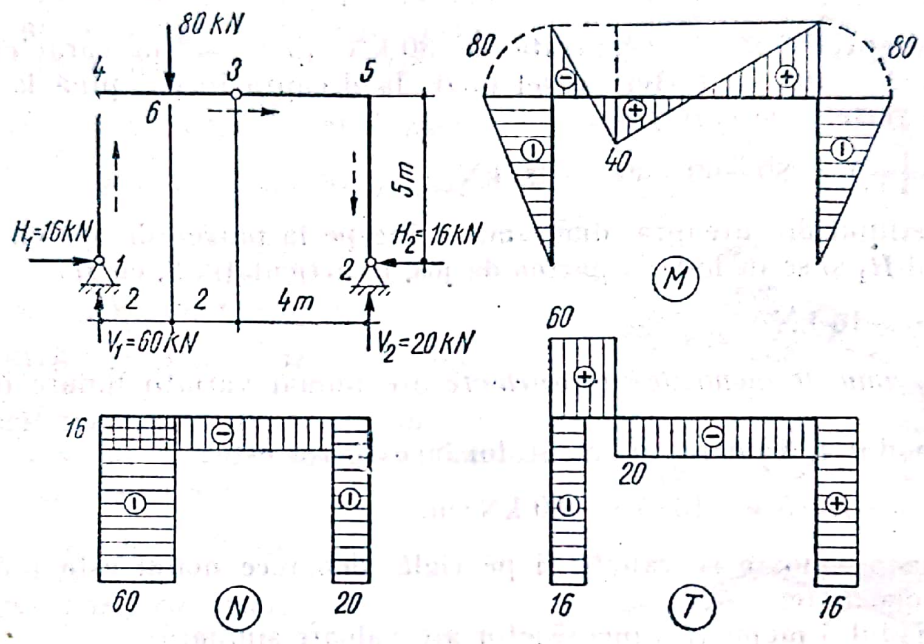


Fig. 2.28

Rezolvare. Cadrul din figura 2.28 este un cadru triplu articulat. La acest tip de cadru, reacțiunile se determină în modul următor: la început se determină reacțiunile verticale din ecuații de momente în raport cu cele două articulații de reazem:

$(\sum M_2 = 0)$; $\quad V_1 \cdot 8 - 80 \cdot 6 = 0, \quad V_1 = 60$ kN;

$(\sum M_1 = 0)$; $\quad 80 \cdot 2 - V_2 \cdot 8 = 0, \quad V_2 = 20$ kN.

Reacțiunile orizontale H_1 și H_2 se determină din condiția ca, în articulația centrală *3*, momentul încovoietor să fie nul; condiția este scrisă atît pentru forțele de la stînga, cît și pentru cele de la dreapta articulației:

$M_3^{st} = 0$; $\quad V_1 \cdot 4 - H_1 \cdot 5 - 80 \cdot 2 = 0,$

$60 \cdot 4 - H_1 \cdot 5 - 80 \cdot 2 = 0, \quad H_1 = 16$ kN;

$M_3^{dr} = 0$; $\quad -V_2 \cdot 4 + H_2 \cdot 5 = 0, \quad -20 \cdot 4 + H_2 \cdot 5 = 0, \quad H_2 = 16$ kN.

Reacțiunile H_1 și H_2 sînt egale, pentru a avea îndeplinită și condiția de echilibru pe orizontală ($\sum X_i = 0$, $H_1 - H_2 = 0$).

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama de forțe axiale este constantă pe toate barele avînd următoarele valori:

$N_{14} = -V_1 = -60$ kN;

$N_{45} = -H_1 = -16$ kN;

$N_{25} = -V_2 = -20$ kN.

Diagrama de forțe tăietoare este constantă pe toate barele avînd următoarele valori caracteristice:

$T_{14} = -H_1 = -16$ kN;

$T_{46} = +V_1 = +60$ kN.

În dreptul forței concentrate de 80 kN apare saltul caracteristic (în sensul și cu valoarea forței) astfel încît, la dreapta forței, pînă la nodul *5*, valoarea forței tăietoare este:

$T_{65} = +V_1 - 80 = 60 - 80 = -20$ kN.

Pe stîlpul din dreapta, diagrama Ⓣ începe la partea de sus cu valoarea reacțiunii H_1 și se închide la partea de jos, în articulația *2*, cu H_2:

$T_{25} = +16$ kN.

Diagrama de momente încovoietoare are numai variații liniare (deoarece $p=0$).

În nodul *4*, valoarea momentului încovoietor este:

$M_{41} = -H_1 \cdot 5 = -16 \cdot 5 = -80$ kN·m.

Această valoare se rabate și pe riglă, deoarece nodul este format din numai două bare.

În nodul *5* momentul încovoietor are valoare similară:

$M_{52} = -H_2 \cdot 5 = -16 \cdot 5 = -80$ kN·m.

Diagrama Ⓜ de pe riglă rezultă suprapunînd diagrama de grindă simplu rezemată de la linia de închidere.

Valoarea ordonatei din dreptul forței concentrate se poate determina fie direct, fie prin suprapunere de efecte.

Direct, considerînd forțele de la stînga:

$M_6 = +V_1 \cdot 2 - H_1 \cdot 5 = +60 \cdot 2 - 16 \cdot 5 = +40$ kN·m.

Prin suprapunere de efecte, se scade din ordonata de grindă simplu rezemată valoarea ordonatei dintre linia de închidere și axa barei (figurată cu linie întreruptă):

$$M_6 = M_6^0 - 80 = \frac{80 \cdot 2 \cdot 6}{8} - 80 = +40 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

APLICAȚIA 2.29

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M la cadrul din figura 2.29.

Rezolvare

Reacțiunile verticale V_1 și V_2 se determină din ecuații de momente în raport cu cele două articulații de reazem.

Scanned with OKEN Scanner

$(\sum M_1=0)$; $20\cdot 6\cdot 3-V_2\cdot 12=0$,

$V_2=30$ kN;

$(\sum M_2=0)$; $V_1\cdot 6-20\cdot 6\cdot 9=0$,

$V_1=90$ kN.

Verificare:

$$(\sum Y_i)=0$$

$V_1+V_2-20\cdot 6=90+30-120=0.$

Reacţiunile orizontale H_1 şi H_2 se determină din condiţia de moment încovoietor nul în articulaţia de la cheie.

$M_3^{st}=0$, $V_1\cdot 6-H_1\cdot 8-20\cdot 6\cdot 3=0$,

$90\cdot 6-H_1\cdot 8-20\cdot 6\cdot 3=0$,

$H_1=22{,}5$ kN;

$M_3^{dr}=0$, $-V_2\cdot 6+H_2\cdot 8=0$,

$-30\cdot 6+H_2\cdot 8=0$, $H_2=22{,}5$ kN.

Întrucît reacţiunile H_1 şi H_2 au rezultat de mărime egală, echilibrul pe orizontală este asigurat:

$(\sum X_i=0)$, $H_1-H_2=0$.

Diagrama de forţe axiale

$N_{14}=-V_1=-90$ kN;

$N_{43}=-V_1\cdot\sin\alpha-H_1\cdot\cos\alpha=-90\cdot 0{,}317-22{,}5\cdot 0{,}95=-49{,}8$ kN

($\sin\alpha=2/6{,}32=0{,}317$;

$\cos\alpha=6/6{,}32=0{,}95$);

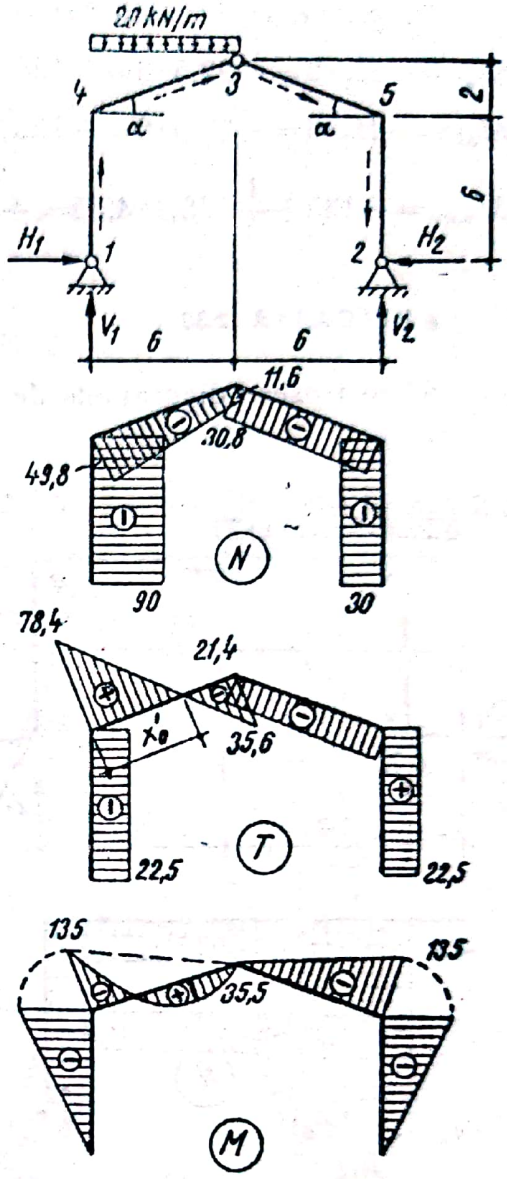


Fig. 2.29

$N_{34}=N_{43}+20\cdot 6\cdot\sin\alpha=-49{,}8+20\cdot 6\cdot 0{,}317=11{,}6$ kN;

$N_{25}=-V_2=-30$ kN;

$N_{53}=-V_2\sin\alpha-H_2\cdot\cos\alpha=-30\cdot 0{,}317-22{,}5\cdot 0{,}95=-30{,}8$ kN.

Diagrama de forţe tăietoare

$T_{14}=-H_1=-22{,}5$ kN;

$T_{43}=V_1\cdot\cos\alpha-H_1\cdot\sin\alpha=90\cdot 0{,}95-22{,}5\cdot 0{,}317=+78{,}4$ kN;

$T_{34}=T_{43}-20\cdot 6\cdot\cos\alpha=78{,}4-120\cdot 0{,}95=-35{,}6$ kN;

$T_{53}=-V_2\cdot\cos\alpha+H_2\cdot\sin\alpha=-30\cdot 0{,}95+22{,}5\cdot 0{,}317=-21{,}4$ kN;

$T_{25}=+H_2=+22{,}5$ kN;

$T_x=0$; $\dfrac{78{,}4}{x_0'}=\dfrac{35{,}6}{6{,}32-x_0'}$; $x_0'=4{,}35$ m.

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama de momente încovoietoare

$M_{41} = -H_1 \cdot 6 = -22{,}5 \cdot 6 = -135$ kN·m;

$M_{51} = -H_2 \cdot 6 = -22{,}5 \cdot 6 = -135$ kN·m;

$M_{max} = -135 + \frac{1}{2} \cdot 78{,}4 \cdot 4{,}35 = +35{,}5$ kN·m.

APLICAȚIA 2.30

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M la cadrul din figura 2.30.

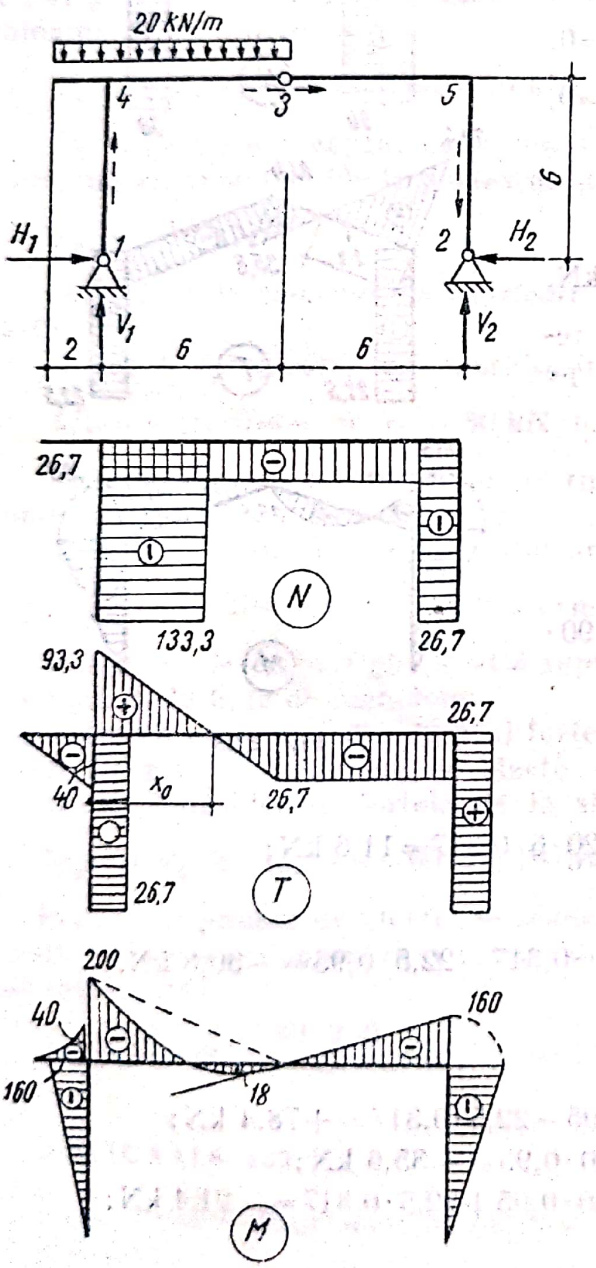


Fig. 2.30

Rezolvare

$(\sum M_1 = 0)$; $20 \cdot 8 \cdot 2 - V_2 \cdot 12 = 0$,

$V_2 = 26{,}7$ kN;

$(\sum M_2 = 0)$; $V_1 \cdot 12 - 20 \cdot 8 \cdot 10 = 0$,

$V_1 = 133{,}3$ kN;

$M_3^{st} = 0$, $133{,}3 \cdot 6 - H_1 \cdot 6 - 20 \cdot 8 \cdot 4 = 0$,

$H_1 = 26{,}7$ kN;

$M_3^{dr} = 0$, $H_2 \cdot 6 - 26{,}7 \cdot 6 = 0$,

$H_2 = 26{,}7$ kN.

Verificare:

$(\sum Y_i = 0)$; $V_1 + V_2 - 20 \cdot 8 = 0$,

$133{,}3 + 26{,}7 - 160 = 0$;

$(\sum X_i = 0)$; $H_1 - H_2 = 0$.

Diagrama de forțe axiale

$N_{14} = -V_1 = -133{,}3$ kN;

$N_{45} = -H_1 = -26{,}7$ kN;

$N_{25} = -V_2 = -26{,}7$ kN.

Diagrama de forțe tăietoare

$T_{14} = -H_1 = -26{,}7$ kN;

$T_4^{st} = -2 \cdot 20 = -40$ kN;

$T_4^{dr} = V_1 - 2 \cdot 20 = +93{,}3$ kN;

$T_3 = 93{,}3 - 20 \cdot 6 = -26{,}7$ kN, $(T_3 = -V_2)$;

$T_{25} = +H_2 = +26{,}7$ kN;

$T_x = 0$, $93{,}3 - 20 \cdot x_0 = 0$,

$x_0 = 4{,}67$ kN.

Scanned with OKEN Scanner

Diagrama de momente încovoietoare

$M_4^{st} = -20 \cdot 2 \cdot 1 = -40$ kN·m;

$M_{41} = -H_1 \cdot 6 = -26{,}7 \cdot 6 = -160$ kN·m;

$M_4^{dr} = -(-V_2 \cdot 12 + H_2 \cdot 6 + 20 \cdot 6 \cdot 3) = -200$ kN·m;

$M_5 = -H_2 \cdot 6 = -26{,}7 \cdot 6 = -160$ kN·m;

$M_{max} = -200 + \frac{1}{2} \cdot 93{,}3 \cdot 4{,}67 = +18$ kN·m.

APLICAȚIA 2.31

Să se traseze diagramele de eforturi N, T, M la cadrul din figura 2.31.

Rezolvare

$(\sum M_1 = 0)$; $40 \cdot 6 \cdot 3 - V_2 \cdot 12 = 0$,

$V_2 = 60$ kN;

$(\sum M_2 = 0)$; $V_1 \cdot 12 - 40 \cdot 6 \cdot 9 = 0$,

$V_1 = 180$ kN;

$M_3^{st} = 0$, $180 \cdot 6 - 40 \cdot 6 \cdot 3 - H_1 \cdot 6 = 0$,

$H_2 = 60$ kN;

$M_3^{dr} = 0$, $-60 \cdot 6 + H_2 \cdot 6 = 0$,

$H_2 = 60$ kN.

Verificare:

$(\sum X_i = 0)$; $H_1 = H_2$;

$(\sum Y_i = 0)$; $180 + 60 - 40 \cdot 6 = 0$;

$\sin \alpha = 0{,}95$,

$\cos \alpha = 0{,}317$.

Diagrama de forțe axiale

$N_{14} = -180 \cdot 0{,}95 - 60 \cdot 0{,}317 = -190$ kN;

$N_{45} = -60$ kN;

$N_{25} = -60 \cdot 0{,}95 - 60 \cdot 0{,}317 = -76$ kN.

Diagrama de forțe tăietoare

$T_{14} = 180 \cdot 0{,}317 - 60 \cdot 0{,}95 = 0$;

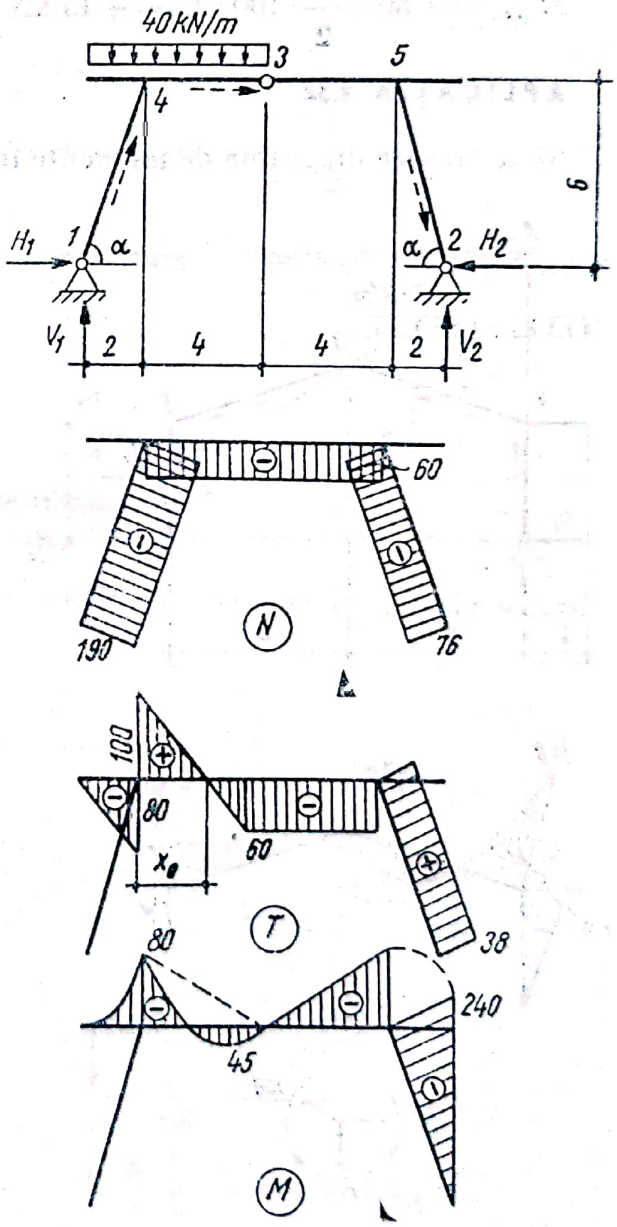


Fig. 2.31

$T_4^{st} = -40 \cdot 2 = -80$ kN;

$T_{43} = 180 - 40 \cdot 2 = 100$ kN;

$T_{34} = 100 - 4 \cdot 40 = -60$ kN;

$T_{25} = -60 \cdot 0{,}317 + 60 \cdot 0{,}95 = +38$ kN;

$T_x = 0, \quad 100 - 40x_0 = 0, \quad x_0 = 2{,}5$ m.

Diagrama de momente încovoietoare

$M_{41} = 180 \cdot 2 - 60 \cdot 6 = 0$;

$M_4^{st} = -40 \cdot 2 \cdot 1 = -80$ kN·m, $\quad M_{43} = -80$ kN·m;

$M_{52} = 60 \cdot 2 - 60 \cdot 6 = -240$ kN·m;

$$M_{max} = -80 + \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 2{,}5 = +45 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

APLICAŢIA 2.32

Să se traseze diagrama de momente încovoietoare la cadrul din figura 2.32.

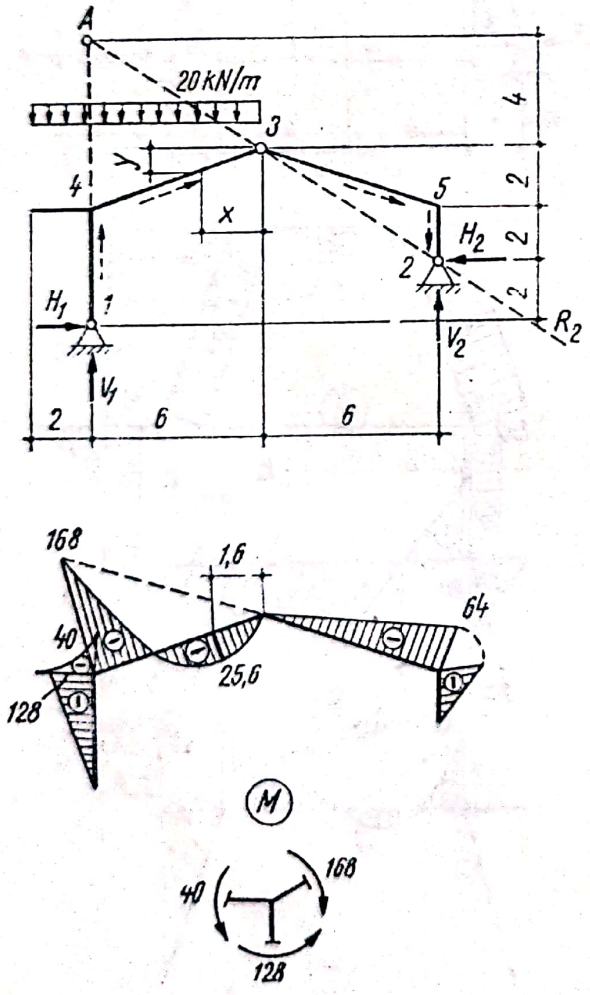


Fig. 2.32

Rezolvare

Întrucît reazemele cadrului sînt denivelate, pentru determinarea reacţiunilor se procedează în modul următor: se prelungeşte linia articulaţiilor *2* şi *3* (direcţia reacţiunii R_2) pînă intersectează direcţia reacţiunii V_1 în punctul A. Scriind o ecuaţie de momente faţă de acest punct, pentru toate forţele de pe cadru, se constată că singura reacţiune necunoscută care intervine în ecuaţie este reacţiunea orizontală H_1.

O b s e r v a ţ i e. Reacţiunile H_2 şi V_2 nu intervin în ecuaţie, întrucît suma momentelor lor este egală cu momentul rezultantei lor R_2, care, trecînd prin punctul A, dă momentul nul.

$(\sum M_A = 0); \quad 20 \cdot 8 \cdot 2 - H_1 \cdot 10 = 0,$

$H_1 = 32$ kN;

$(\sum X_i = 0); \quad H_1 - H_2 = 0,$

$H_2 = 32$ kN;

Scanned with OKEN Scanner

$M_3^{dr}=0$, $32\cdot 4-V_2\cdot 6=0$, $V_2=21{,}3$ kN;

$M_3^{st}=0$, $-32\cdot 6-20\cdot 8\cdot 4+V_1\cdot 6=0$, $V_1=138{,}7$ kN.

Verificare

$(\sum Y_i=0)$; $138{,}7+21{,}3-20\cdot 8=0$;

$M_4^c=-20\cdot 2\cdot 1=-40$ kN·m (pe consolă);

$M_4^s=-32\cdot 4=-128$ kN·m (pe stîlp);

$M_4^r=21{,}3\cdot 12-32\cdot 2-20\cdot 6\cdot 3=-168$ kN·m (pe riglă);

$M_5=-32\cdot 2=-64$ kN·m;

$M_x=21{,}3\cdot x+32\cdot y-20\cdot\frac{x^2}{2}=32\cdot x-10\cdot x^2$ (deoarece $y=\frac{1}{3}\,x$).

Momentul maxim apare în secţiunea în care se anulează forţa tăietoare ($T_x=0$):

$x_0=1{,}6$ m şi $M_{max}=25{,}6$ kN·m.

APLICAŢII NEREZOLVATE

Aplicaţia 2.33. Să se traseze diagramele de eforturi la grinzile simplu rezemate din figura 2.33.

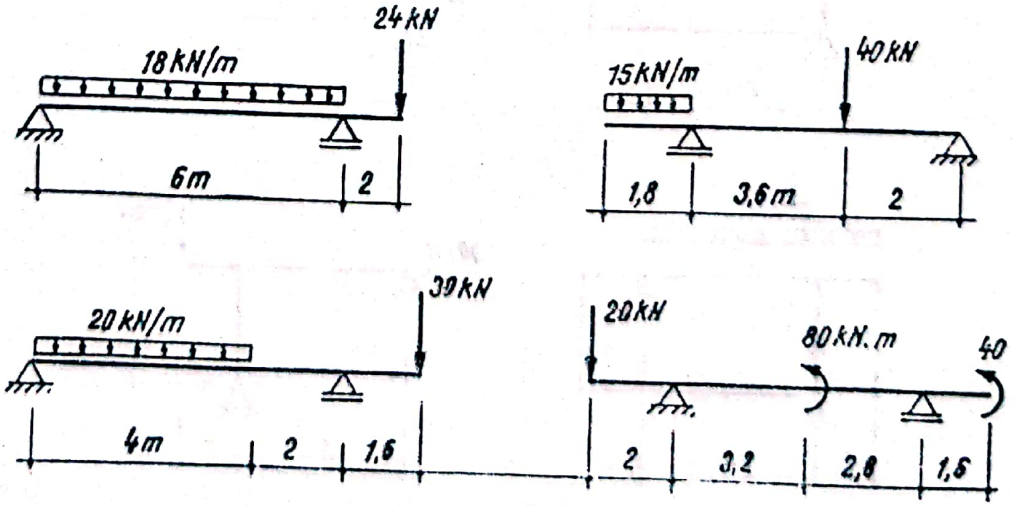


Fig. 2.33

Aplicaţia 2.34. Să se traseze diagramele de eforturi la grinzile Gerber din figura 2.34.

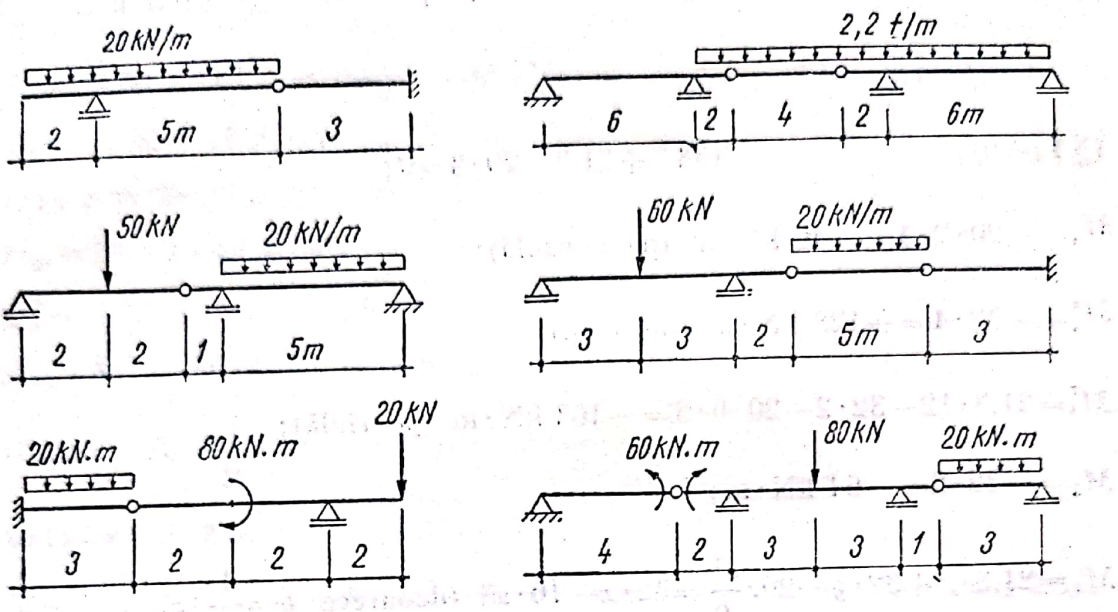


Fig. 2.34

Aplicaţia 2.35. Să se traseze diagramele de eforturi la barele cotite din figura 2.35.

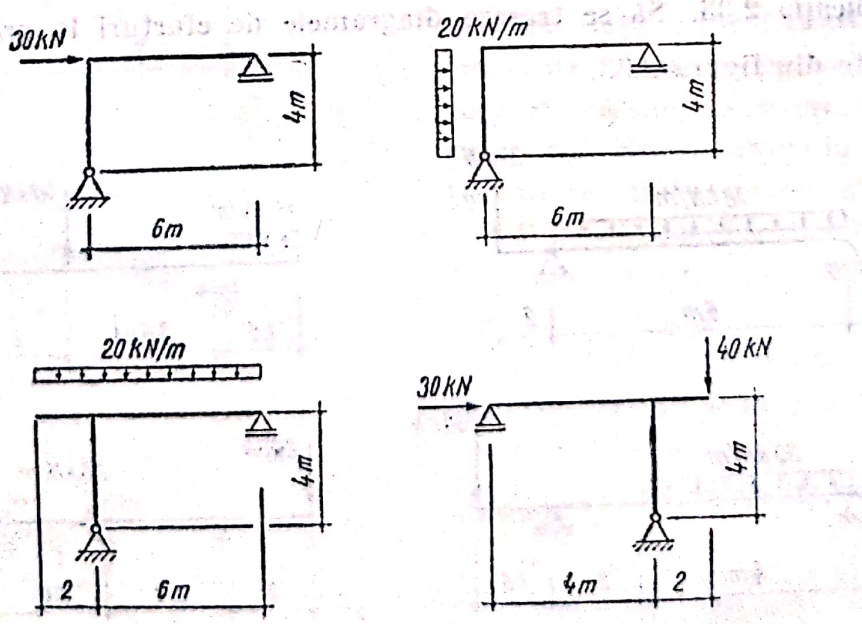


Fig. 2.35

Scanned with OKEN Scanner

Aplicația 2.36. Să se traseze diagramele de eforturi la cadrele static determinate din figura 2.36.

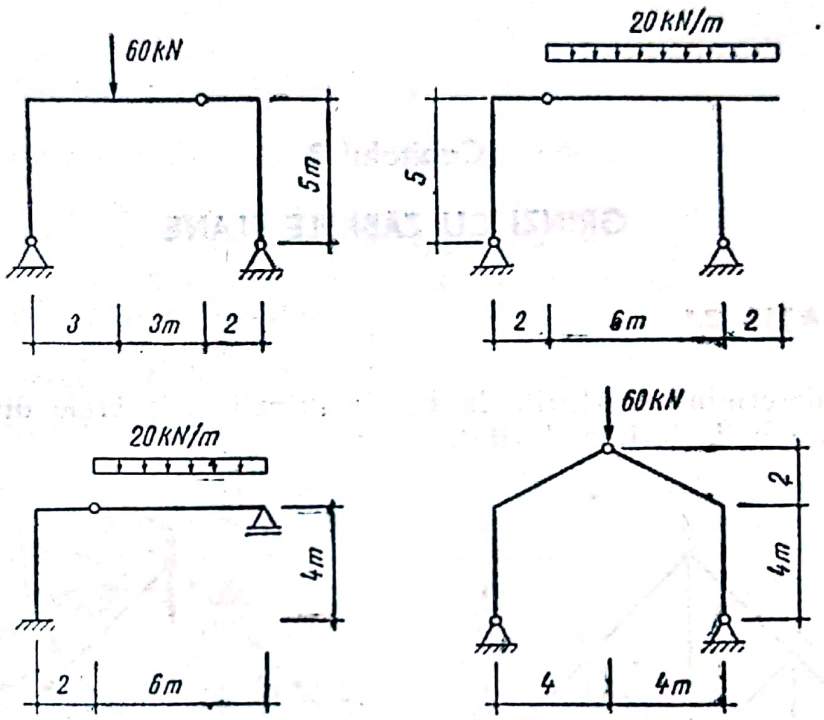


Fig. 2.36

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 3

GRINZI CU ZĂBRELE PLANE

APLICAȚIA 3.1

Să se determine eforturile în barele grinzii cu zăbrele din figura 3.1, utilizînd metoda izolării nodurilor.

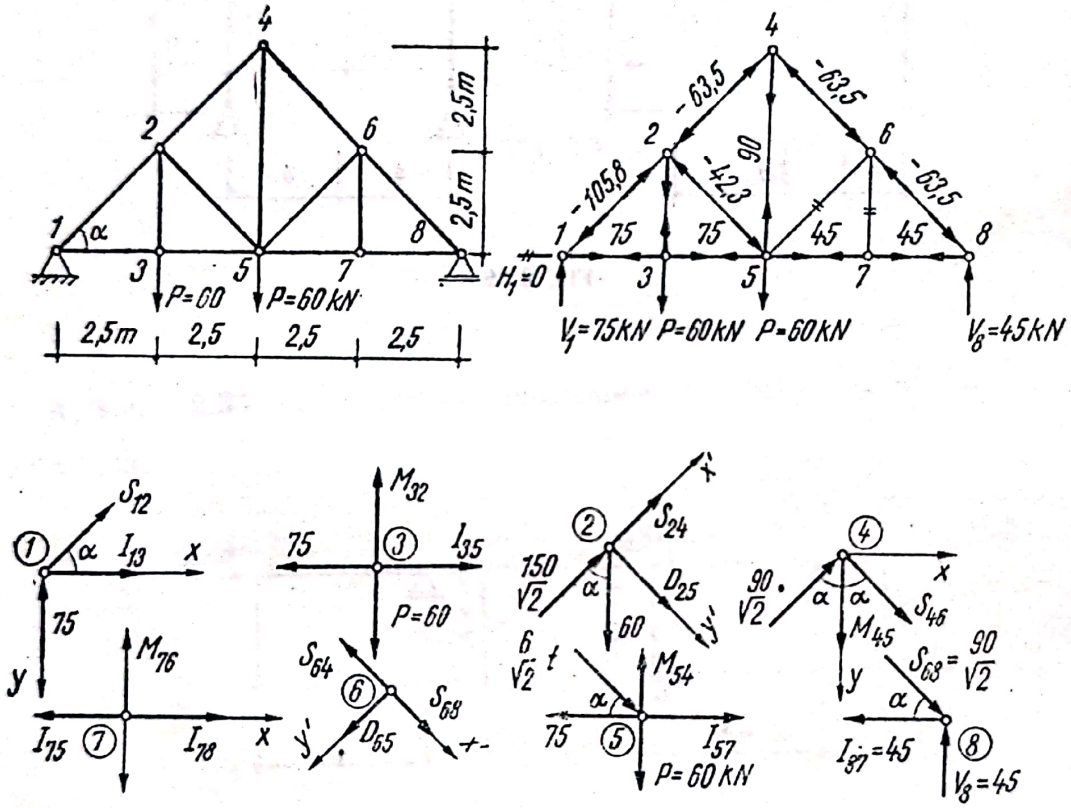


Fig. 3.1

Rezolvare. Sistemul este corect constituit, întrucît este alcătuit numai din triunghiuri alăturate.

Din ecuațiile de echilibru general (pentru întreaga grindă) se determină reacțiunile: $H_1=0$; $V_1=75$; $V_8=45$ kN.

Echilibrul nodului 1. Se izolează nodul și se introduc eforturile corespunzătoare considerate pozitive (trag de nod).

Din ecuația de proiecție pe verticală:

Scanned with OKEN Scanner

$(\Sigma Y=0)$; $-75-S_{12}\sin\alpha=0$; $S_{12}=-\frac{150}{\sqrt{2}}=-105{,}8$ kN (compresiune)

$\left(\alpha=45°;\ \sin\alpha=\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

Din ecuaţia de proiecţie pe orizontală:

$(\Sigma X=0;\quad I_{13}+S_{12}\cos\alpha=0;\ I_{13}=75$ kN (întindere).

Echilibrul nodului 3. Izolînd nodul, forţele cunoscute sînt $P=60$ kN şi efortul din bara *1—3* care, fiind de întindere, este orientat spre nodul *1*.

Scriind ecuaţiile de proiecţie pe orizontală şi verticală, rezultă eforturile necunoscute din barele nodului.

$(\Sigma Y=0);\quad -M_{32}+60=0;\quad M_{32}=60$ kN (întindere);

$(\Sigma X=0);\quad I_{35}-75=0;\quad I_{35}=75$ kN (întindere).

Echilibrul nodului 2. Izolînd nodul şi introducînd eforturile corespunzătoare se observă, scriind ecuaţiile de proiecţie faţă de sistemul de axe anterior, că se obţin ecuaţii cu cîte două necunoscute.

Dacă se alege alt sistem de axe şi anume axa x' pe direcţia *2—4* şi axa y' pe direcţia *2—5* ecuaţiile conţin cîte o necunoscută:

$(\Sigma X'=0);\quad S_{24}+\frac{150}{\sqrt{2}}-60\cos\alpha=0;\quad S_{24}=-\frac{90}{\sqrt{2}}$ kN=

$=63{,}5$ kN (compersiune);

$(\Sigma Y'=0);\quad D_{25}+60\sin\alpha=0;\quad D_{25}=-\frac{60}{\sqrt{2}}$ kN$=-42{,}3$ kN (compresiune).

Echilibrul nodului 4

$(\Sigma X=0);\quad S_{46}\sin\alpha+\frac{90}{\sqrt{2}}\sin\alpha=0;\quad S_{46}+-\frac{90}{\sqrt{2}}$ kN$=-63{,}5$ kN

(compresiune);

$(\Sigma Y=0);\quad M_{45}-\frac{90}{\sqrt{2}}\cos\alpha+S_{46}\cos\alpha=0;\quad M_{45}=90$ kN (întindere).

La începutul rezolvării problemei sau pe parcursul ei este bine să se identifice (fără calcule, numai pe bază de raţionament) barele de efort nul.

Nodul 7 nu este încărcat cu forţe exterioare şi are două bare în prelungire. Bara *7—6* este bară de efort nul ($\Sigma Y=0$), iar barele în prelungire au eforturi egale şi de acelaşi fel ($\Sigma X=0$; $I_{75}=I_{78}$); la fel nodul *6*:

$(\Sigma Y'=0);\quad D_{65}=0;$

$(\Sigma X'=0);\quad S_{64}=S_{68}=-\frac{90}{\sqrt{2}}$ kN$=-63{,}5$ kN (compresiune).

Echilibrul nodului 5

$(\Sigma Y=0);\quad 60+\frac{60}{\sqrt{2}}\sin\alpha-M_{54}=0;\ M_{54}=90$ kN (întindere);

Scanned with OKEN Scanner

$$(\sum X=0); \qquad I_{57}-75+\frac{60}{\sqrt{2}}\cos\alpha=0; \quad I_{57}=45 \text{ kN (întindere).}$$

Verificarea se face pentru ultimul nod (în cazul de față nodul *8*):

$$(\sum X=0); \qquad \frac{90}{\sqrt{2}}\cos\alpha-45=0;$$

$$(\sum Y=0); \qquad \frac{90}{\sqrt{2}}\sin\alpha-45=0.$$

APLICAȚIA 3.2

Utilizînd metoda izolării nodurilor să se determine eforturile în barele grinzii cu zăbrele din figura 3.2.

$$\left(\sin\alpha=\frac{2}{3,6}=0,555; \quad \cos\alpha=\frac{3}{3,6}=0,833; \quad \sin\beta=\frac{4}{5}=0,8; \quad \cos\beta=\frac{3}{5}=0,6\right).$$

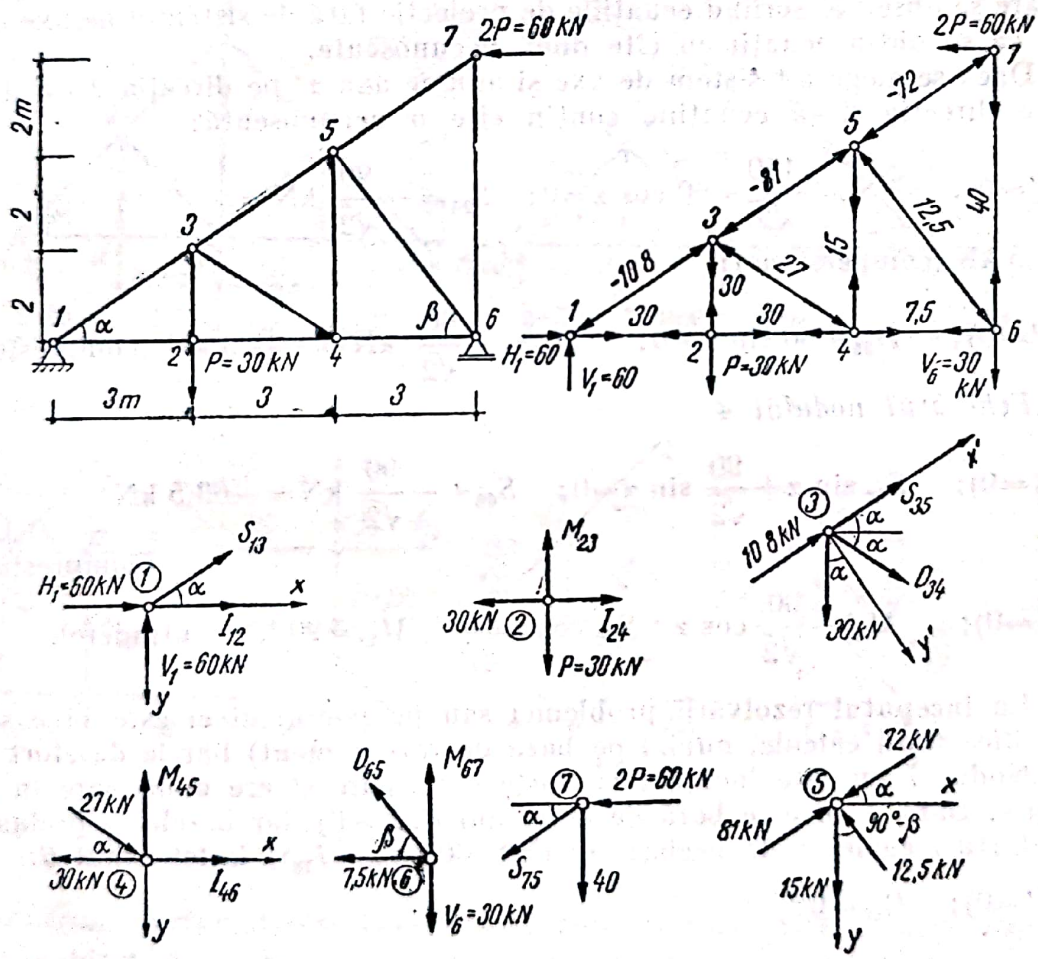


Fig. 3.2

Rezolvare. Reacțiunile se determină cu ajutorul ecuațiilor de echilibru static:

$$(\sum X=0); \qquad H_1=60 \text{ kN};$$

$(\Sigma M_1=0)$; $V_6=30$ kN;

$(\Sigma M_6=0)$; $V_1=60$ kN.

Echilibrul nodului 1

$(\Sigma Y=0)$; $-60-S_{13}\sin\alpha=0$; $S_{13}=-108$ kN;

$(\Sigma X=0)$; $I_{12}+60+S_{13}\cos\alpha=0$; $I_{12}=30$ kN.

Echilibrul nodului 2

$(\Sigma Y=0)$; $M_{23}=30$ kN;

$(\Sigma X=0)$; $I_{24}=30$ kN.

Echilibrul nodului 3

Scriind ecuații de proiecție după axele x și y se obțin ecuații cu cîte două necunoscute. Alegînd alt sistem de referință (cum se vede pe figură) se obține:

$(\Sigma Y'=0)$; $30\cos\alpha+D_{34}\sin 2\alpha=0$; $D_{34}=-27$ kN;

$(\Sigma X'=0)$; $108+S_{35}-30\sin\alpha+D_{34}\cos 2\alpha=0$; $S_{35}=-81$ kN.

Echilibrul nodului 4

$(\Sigma Y=0)$; $-M_{45}+27\sin\alpha=0$; $M_{45}=15$ kN;

$(\Sigma X=0)$; $-30+27\cos\alpha+I_{46}=0$; $I_{46}=7{,}5$ kN.

Echilibrul nodului 6

$(\Sigma X=0)$; $-7{,}5-D_{65}\cos\beta=0$; $D_{65}=-12{,}5$ kN;

$(\Sigma Y=0)$; $30-M_{67}-D_{65}\sin\beta=0$; $M_{67}=40$ kN.

Echilibrul nodului 7

$(\Sigma X=0)$; $-60-S_{75}\cos\alpha=0$; $S_{75}=-72$ kN.

Verificarea echilibrului nodului 5

$(\Sigma X=0)$; $81\cos\alpha-72\cos\alpha-12{,}5\cos\beta=0$; $9\cdot\frac{3}{3{,}6}-12{,}5\cdot 0{,}6=0$;

$(\Sigma Y=0)$; $15+72\sin\alpha-81\sin\alpha-125\sin\beta=0$; $15-9\frac{1}{1{,}8}-12{,}5\cdot 0{,}8=0$.

APLICAȚIA 3.3

Să se determine eforturile în barele grinzii cu zăbrele din figura 3.3, aplicînd metoda izolării nodurilor.

Rezolvare. Datorită simetriei încărcărilor $V_1=V_6=35$ kN.

Echilibrul nodului 1. Izolînd nodul și introducînd eforturile corespunzătoare considerate pozitive se scriu ecuațiile de proiecție:

$(\Sigma Y=0)$; $-35+I_{12}\cos\alpha=0$; $I_{12}=35\sqrt{2}$ kN;

$(\Sigma X=0)$; $S_{13}+I_{12}\sin\alpha=0$; $S_{13}=-35$ kN.

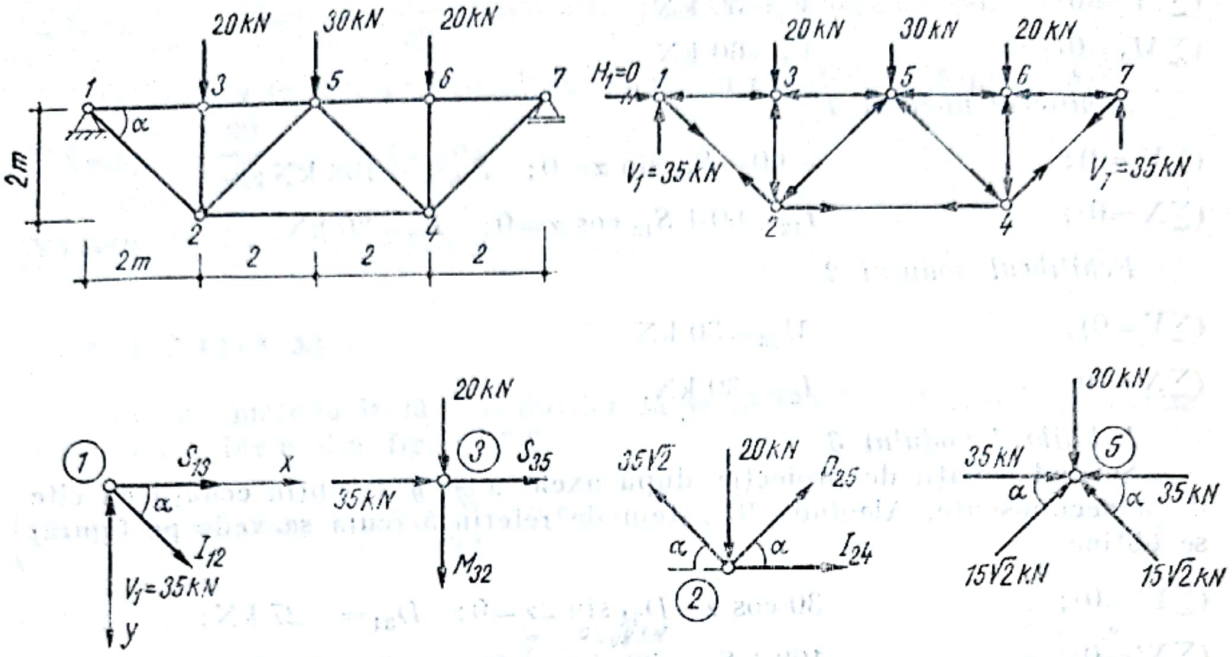


Fig. 3.3

Echilibrul nodului 3

$(\sum Y=0)$; $M_{32}=-20$ kN;

$(\sum X=0)$; $S_{35}=-35$ kN.

Echilibrul nodului 2

$(\sum Y=0)$; $20-35\sqrt{2}\sin\alpha-D_{25}\sin\alpha=0$; $D_{25}=-15\sqrt{2}$ kN;

$(\sum X=0)$; $I_{24}+D_{25}\cos\alpha-35\sqrt{2}\cos\alpha=0$; $I_{24}=50$ kN.

O b s e r v a ţ i e. Grinda este simetrică din punct de vedere geometric şi din punctul de vedere al încărcărilor exterioare, astfel că în barele simetrice apar aceleaşi eforturi (ca mărime şi sens).

Verificarea echilibrului nodului 5:

$(\sum Y=0)$; $30-15\sqrt{2}\sin\alpha-15\sqrt{2}\sin\alpha=0$;

$(\sum X=0)$; $-35+35-15\sqrt{2}\cos\alpha+15\sqrt{2}\cos\alpha=0$.

APLICAŢIA 3.4

Să se determine eforturile în barele grinzii cu zăbrele la macaraua din figura 3.4, cu ajutorul metodei izolării nodurilor.

Rezolvare. Calculul reacţiunilor se face cu ajutorul ecuaţiilor de echilibru static:

$(\sum X=0)$; $H_1=H_2$;

$(\sum Y=0)$; $V_1=60$ kN;

$(\sum M_1=0)$; $-3\cdot H_2+60\cdot 6=0$; $H_2=120$ kN.

Scanned with OKEN Scanner

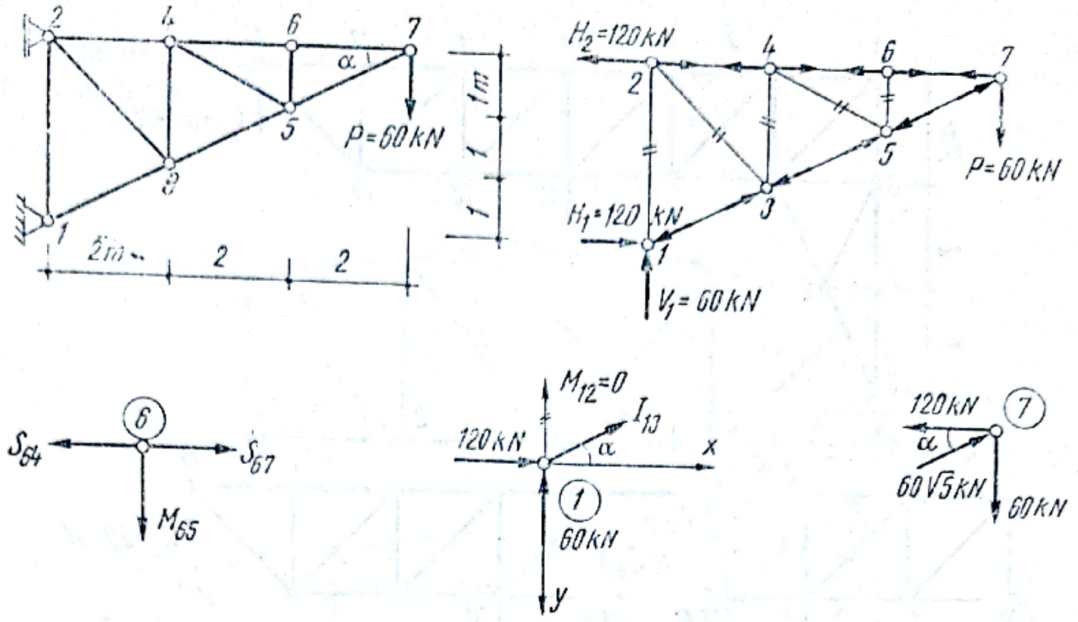


Fig. 3.4

Se caută barele de efort nul. Se observă că nodul *6* este nod neîncărcat, are două bare în prelungire, iar a treia bară normală pe cele două:

$(\Sigma Y=0)$; $M_{65}=0$;

$(\Sigma X=0)$; $S_{64}=S_{67}$.

Se procedează la fel apoi cu nodurile *5*, *4*, *3* și *2*.

Echilibrul nodului 1

$(\Sigma X=0)$; $-I_{13}\cos\alpha+120=0$; $I_{13}=-60\sqrt{5}$ kN;

$$\cos\alpha=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$\sin\alpha=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Verificarea echilibrului în nodul 7:

$(\Sigma X=0)$; $-120+60\sqrt{5}\cos\alpha=0$;

$(\Sigma Y=0)$; $-60+60\sqrt{5}\sin\alpha=0$.

În toate barele tălpii superioare se dezvoltă același efort de întindere (120 kN), iar toate barele tălpii inferioare sînt comprimate cu același efort ($60\sqrt{5}$ kN).

APLICAȚIA 3.5

Să se determine eforturile în barele *6—7*, *7—8* și *8—10* ale grinzii cu zăbrele din figura 3.5.

Scanned with OKEN Scanner

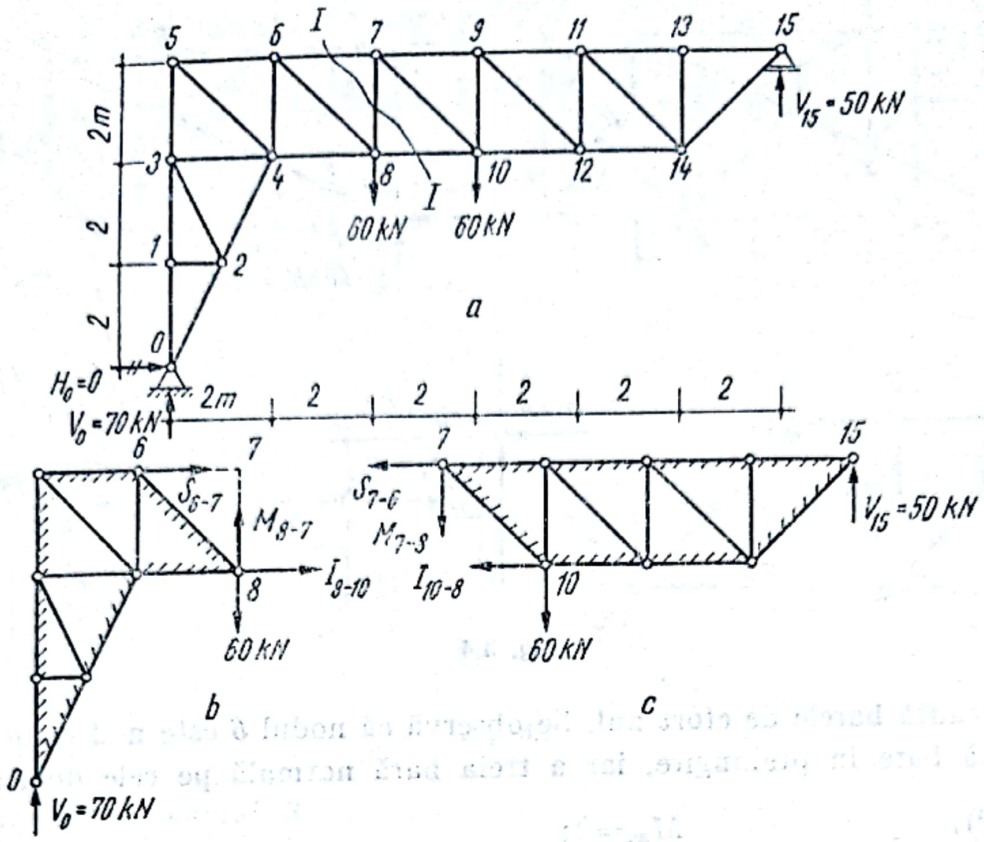


Fig. 3.5

Rezolvare. Sistemul îndeplineşte condiţia $b+r=2n$ $(29+3=2\cdot 16)$ şi este strict nedeformabil).

Calculul reacţiunilor:

$(\sum M_{15}=0)$; $\quad V_0\cdot 12-60\cdot 8-60\cdot 6=0;\ V_0=70$ kN;

$(\sum M_0=0)$; $\quad 60\cdot 4+60\cdot 6-V_{15}\cdot 12=0;\ V_{15}=50$ kN.

Se face secţiunea $I-I$. Pentru determinarea eforturilor în barele indicate, se scriu ecuaţii de moment şi de proiecţie pentru una din cele două părţi ale grinzii cu zăbrele secţionată (b):

$(\sum M_8=0)$; $\quad 70\cdot 4+S_{6-7}\cdot 2=0;\ S_{6-7}=-140$ kN;

$(\sum M_7=0)$; $\quad 70\cdot 4-I_{8-10}\cdot 2=0;\ I_{8-10}=140$ kN;

$(\sum M_0=0)$; $\quad S_{6-7}\cdot 6-M_{8-7}\cdot 4+60\cdot 4+I_{8-10}\cdot 4=0;$

$-140\cdot 6-M_{8-7}\cdot 4+60\cdot 4+140\cdot 4=0;$

$M_{8-7}=-10$ kN.

Verificare

$(\sum X=0)$; $\quad -140+140=0;$

$(\sum Y=0)$; $\quad 70-10-60=0.$

Scanned with OKEN Scanner

APLICAȚIA 3.6

Să se determine eforturile în barele *3—5*, *3—4* și *2—4* ale grinzii cu zăbrele din figura 3.6, cu ajutorul metodei secțiunilor.

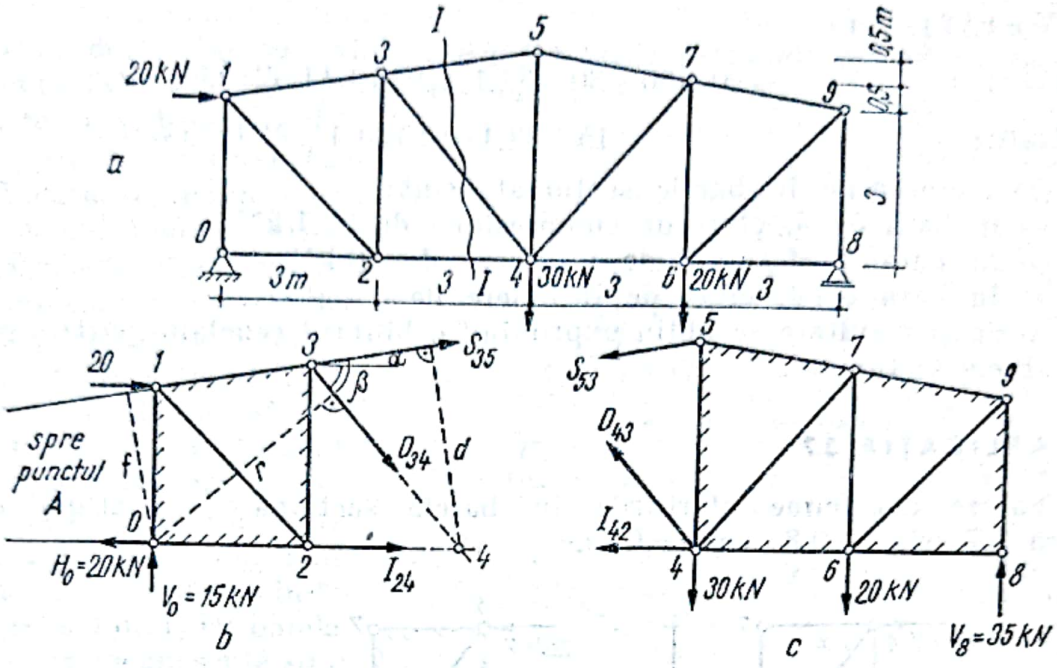


Fig. 3.6

Rezolvare. Reacțiunile se determină din ecuațiile de echilibru general (pentru întreaga grindă).

$$H_0=20 \text{ kN};\ V_0=15 \text{ kN și } V_8=35 \text{ kN};$$

$(\sum M_0=0)$; $\quad 20\cdot 3+30\cdot 6+20\cdot 9-V_8\cdot 12=0;\ V_8=35$ kN;

$(\sum M_8=0)$; $\quad V_0\cdot 12+20\cdot 3-30\cdot 6-20\cdot 3=0;\ V_0=15$ kN;

$(\sum X=0)$; $\quad 20-H_0=0;\ H_0=20$ kN.

Secțiunea *I—I* împarte grinda cu zăbrele în două părți distincte. Fiecare din aceste părți izolate ale grinzii cu zăbrele trebuie să fie în echilibru sub acțiunea forțelor care sînt aplicate pe această parte.

Exprimînd echilibrul primei părți, cu ajutorul a trei ecuații, se determină eforturile din barele secționate:

$$\sin\alpha=0{,}164;\ \cos\alpha=0{,}985;\ \sin\beta=0{,}758;\ \cos\beta=0{,}65;$$

$(\sum M_3=0)$; $\quad -20\cdot 0{,}5+20\cdot 3{,}5+15\cdot 3-I_{24}\cdot 3{,}5=0;$

$I_{24}=30$ kN.

Urmărind să nu se ajungă la sisteme de ecuații, ci în fiecare ecuație să existe numai o necunoscută, se scrie o ecuație de moment în punctul *4*, punct de concurență al direcțiilor eforturilor D_{34} și I_{24}:

$(\sum M_4=0)$; $\quad 20\cdot 3+15\cdot 6+S_{35}\cdot d=0;\ d=4\cdot\cos\alpha=3{,}94;\ S_{35}=-38{,}1$ kN.

Scanned with OKEN Scanner

Din același motiv, se scrie a treia ecuație de forma:

$(\sum M_0=0)$; $\quad 20\cdot 3-38{,}1\cdot f+D_{34}\cdot r=0$; $D_{34}=11{,}52$ kN,

unde: $f=3\cdot\cos\alpha=2{,}955$, $r=6\sin\beta=4{,}55$ sau o altă ecuație, $(\Sigma M_A=0)$, A fiind punctul de concurență al direcțiilor S_{35} și I_{24}.

Verificare

$(\sum X=0)$; $\quad -20+20+30-38{,}1\cdot 0{,}985+11{,}52\cdot 0{,}65=0$;

$(\sum Y=0)$; $\quad -15+38{,}1\cdot 0{,}164+11{,}52\cdot 0{,}758=0$.

Deci eforturile în barele secționate sînt:
— în bara $3-5$, efort de compresiune de 38,1 kN;
— în bara $2-4$, efort de întindere de 30 kN;
— în bara $3-4$, efort de întindere de 11,52 kN.

Aceleași rezultate se obțin exprimînd echilibrul celeilalte părți a grinzii cu zăbrele secționate.

APLICAȚIA 3.7

Să se determine eforturile în barele secționate ale stîlpului din figura 3.7 ($\sin\alpha=0{,}8$; $\cos\alpha=0{,}6$).

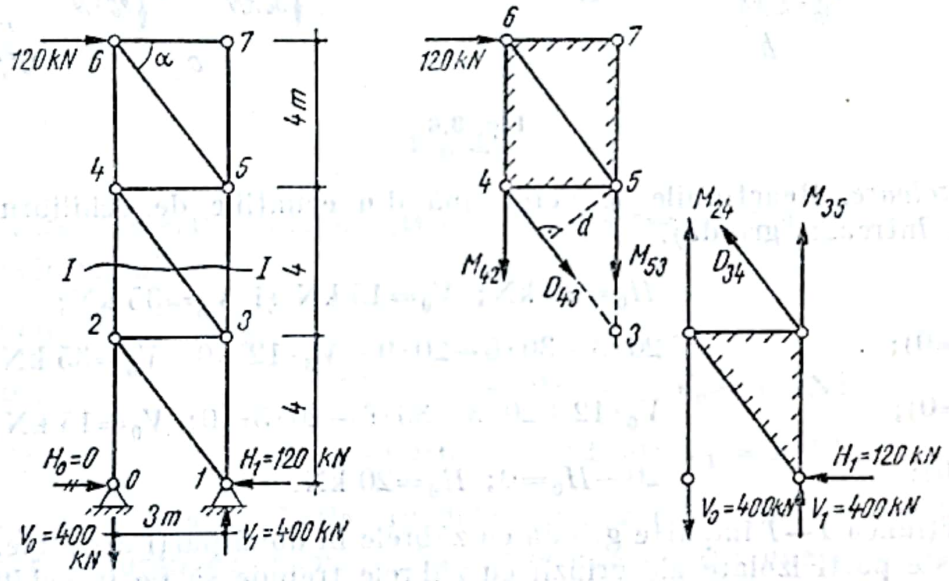


Fig. 3.7

Rezolvare. Secțiunea $I-I$ împarte stîlpul în două părți distincte. Dacă se scrie echilibrul părții inferioare este necesar să se cunoască reacțiunile din punctele de rezemare:

$H_1=120$ kN; $V_0=-V_1=400$ kN. Dacă se scrie echilibrul părții superioare a stîlpului, nu este necesar să se cunoască aceste reacțiuni.

Eforturile în barele secționate vor fi determinate scriind echilibrul părții superioare a stîlpului:

$(\sum M_4=0)$; $\quad 120\cdot 4+M_{53}\cdot 3=0$; $M_{53}=-160$ kN;

$(\sum M_3=0)$; $\quad 120\cdot 8-M_{42}\cdot 3=0$; $M_{42}=320$ kN;

$(\sum M_5=0)$; $\quad 120\cdot 4-320\cdot 3-D_{43}\cdot d=0$; $D_{43}=-200$ kN,

unde $d=3\sin\alpha=2{,}4$ m.

Scanned with OKEN Scanner

Verificare

$(\sum X=0)$; $120-200\cdot\cos\alpha=0$;

$(\sum Y=0)$; $320-200\cdot 0{,}8-160=0$.

APLICAȚIA 3.8

Să se determine pe cale grafică eforturile în barele grinzii cu zăbrele din figura 3.8, folosind epura Cremona.

Rezolvare. Epura Cremona este o construcție grafică care se bazează pe echilibru de noduri într-o singură construcție compactă. Se notează toate zonele planului, delimitate de forțe, prin litere. Într-un nod, se convine ca literele să fie citite totdeauna în sensul acelor unui ceasornic. De asemenea, forțele care intervin în echilibrul unui nod se consideră parcurgîndu-le tot în sensul orar, iar barele cu eforturi necunoscute sînt lăsate ultimele.

Pentru grinda din figura 3.8, cu ajutorul unui poligon de forțe (*b*) și al unui poligon funicular (*c*), se determină reacțiunile $V_0 \rightarrow ab$ și $V_{10} \rightarrow da$; apoi se construiește epura Cremona, pornind de la nodul *0* și parcurgînd pe rînd celelalte noduri (se alege o scară convenabilă a forțelor).

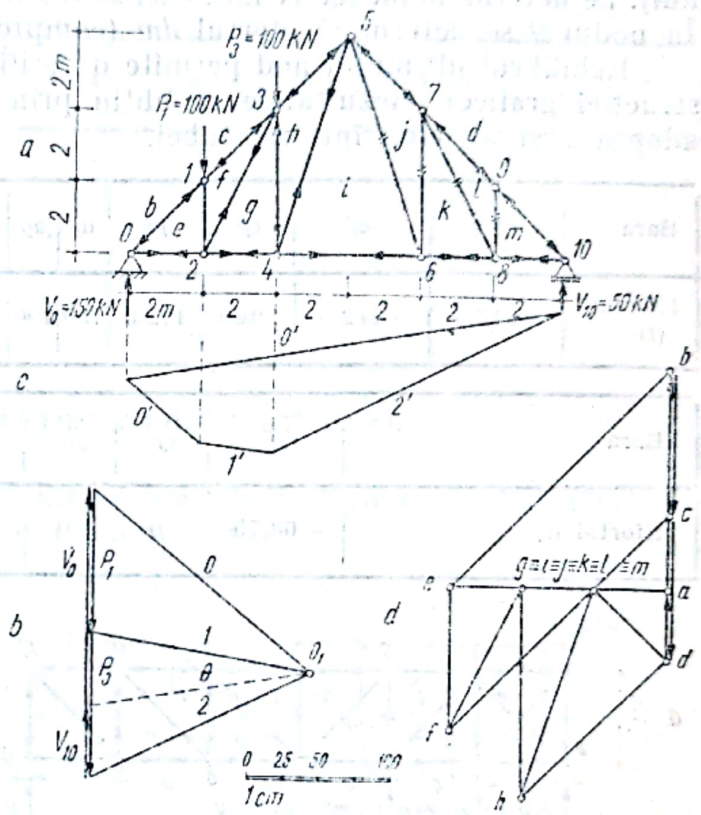


Fig. 3.8

Echilibrul nodului *0* este reprezentat prin poligonul închis *ab*, *be*, *ea*, obținut cu ajutorul unor paralele la direcțiile eforturilor concurente în *0*. Astfel s-a determinat efortul *be* (S_{01}) și *ea* (I_{02}). Ordinea literelor indică și sensul efortului respectiv în nodul studiat; astfel *be* arată că forța este de la *b* la *e*, ceea ce pentru nodul *0* indică o compresiune, iar efortul *ea* are sensul spre dreapta, trage de nod, deci este întindere.

Se trece apoi la nodul *1*. Primul efort cunoscut, mergînd în sensul acelor unui ceasornic, este efortul *eb* (în sens contrar față de nodul precedent). Urmează apoi forța $bc \rightarrow P_1 = 100$ kN. Ducînd din *c* și *e* paralele la direcțiile S_{13}, și respectiv M_{12}, se obține punctul *f* și deci eforturile *cf* (compresiune) și *fe* (compresiune).

În nodul *2* se cunosc două eforturi, și anume *ae* (în sens contrar față de nodul *0*) și *cf* (în sens contrar față de nodul *1*). Pentru determinarea eforturilor necunoscute se continuă construcția: se duce din *f* o paralelă la D_{23} și din *a* o paralelă la I_{24}. Se obține punctul *g* și eforturile *fg* (întindere) și *ga* (întindere). În continuare se procedează în mod analog, trecînd de la nod la

Scanned with OKEN Scanner

nod. În nodul *3*, eforturile cunoscute sînt *gf* (întindere), *fc* (compresiune), $cd \rightarrow P_3 = 100$ kN. Se determină *dh* (compresiune) și *hg* (compresiune). În nodul *4* eforturile cunoscute sînt *ag* (întindere) și *gh* (compresiune). Se determină *hi* (întindere) și *ia* (întindere).

În nodul 5 eforturile cunoscute sînt *ih* (întindere) și *hd* (compresiune). Se determină *dj* (compresiune) și *ji* (efort nul, căci are ca reprezentare grafică un punct). În nodul *6* eforturile cunoscute sînt *ai* (întindere) și *ij* (efort nul). Se determină *jk* (efort nul) și *ka* (întindere). În nodul 7 eforturile cunoscute sînt *kj* (efort nul) și *jd* (compresiune). Se determină *dl* (compresiune) și *lk* (efort nul). În nodul *8* eforturile cunoscute sînt *ak* (întindere) și *kl* (efort nul). Se determină *lm* (efort nul, căci se reduce la un punct) și *ma* (întindere). În nodul *9* se determină efortul *dm* (compresiune).

Echilibrul ultimului nod permite o verificare grafică (o închidere a construcției grafice). Rezultatele se obțin prin măsurarea eforturilor la scara adoptată și se trec într-un tabel.

Bara	*be*	*cf*	*ef*	*fg*	*ae*	*ag*	*dh*	*gh*	*hi*	*ia*	*dl*
Efortul (*t*)	−212,5	−212,5	−100	112,5	150	100	−137,5	−150	156,25	50	−68,75

Bara	*dj*	*ij*	*jk*	*ka*	*am*	*md*	*kl*	*lm*
Efortul (*t*)	−68,75	0	0	50	50	−68,75	0	0

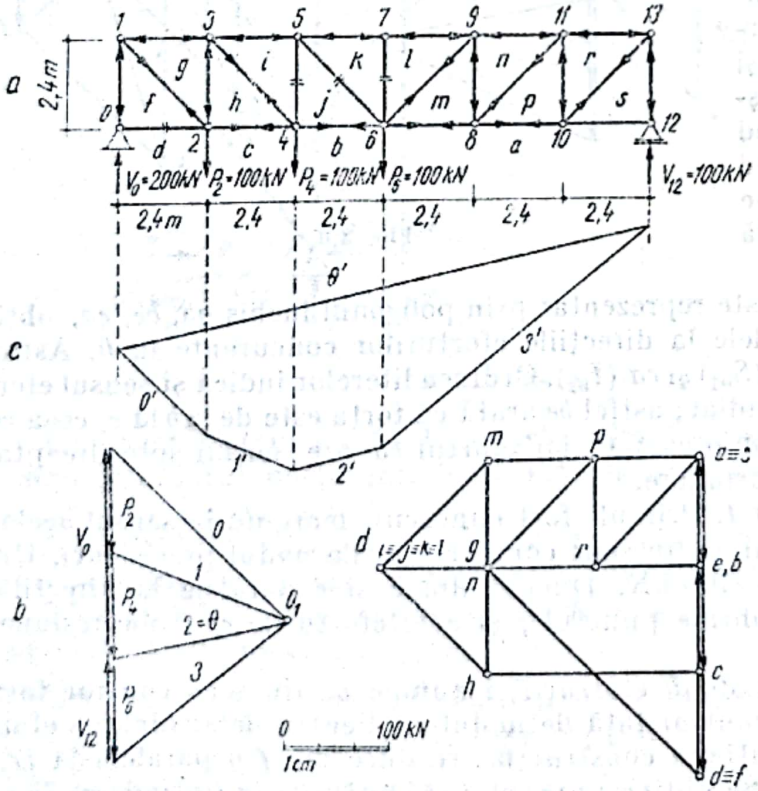


Fig. 3.9

APLICAȚIA 3.9

Să se determine eforturile din barele grinzii cu zăbrele din figura 5.9, utilizînd metoda Cremona.

Rezolvare. Se notează toate zonele planului, delimitate de forțe, prin litere. Cu ajutorul unui poligon de forțe (*b*) și al unui poligon funicular (*c*) se determină reacțiunile $V_0 \rightarrow de$ și $V_{12} \rightarrow ea$. Se construiește apoi epura Cremona, lucrînd la o scară convenabilă a forțelor, pornind de la nodul *0* și parcurgînd pe rînd celelalte noduri (v. explicațiile amănunțite de la problema 3.8).

Scanned with OKEN Scanner

Măsurînd eforturile la scară, se obţin următoarele valori:

Bara	*ef*	*fd*	*eg*	*gh*	*ei*	*th*	*hg*	*hc*	*ij*
Efortul (*t*)	−200	0	−200	283	−300	141	−100	200	0

Bara	*kj*	*jb*	*ek*	*el*	*kl*	*lm*	*ma*	*mn*	*np*	*pa*	*en*	*er*
Efortul (*t*)	0	300 →	−300	−300	0	141	200	−100	141	100	−200	−100

Bara	*rp*	*rs*	*sa*	*es*
Efortul (*t*)	−100	141	0	−100

APLICAŢIE PENTRU STUDIU INDIVIDUAL

Să se determine analitic (utilizînd metoda izolării nodurilor) eforturile din barele grinzilor cu zăbrele din figura 3.10.

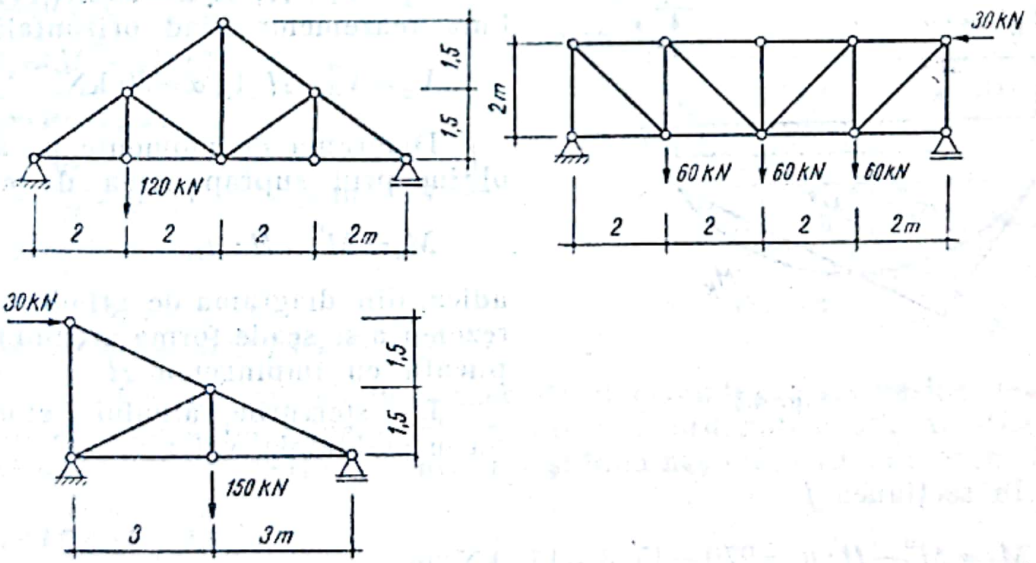


Fig. 3.10

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 4

ARCE STATIC DETERMINATE

APLICAȚIA 4.1

Să se traseze diagrama de momente încovoietoare la arcul triplu articulat din figura 4.1 și să se determine eforturile N, T și M la sferturile arcului.

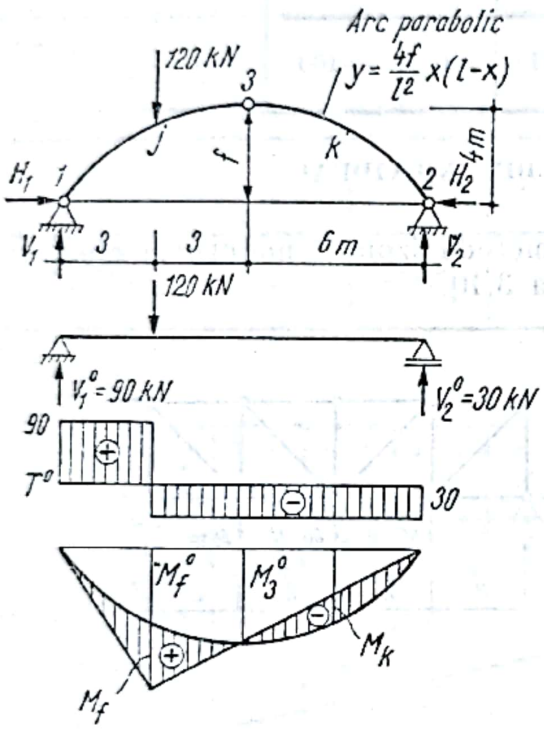


Fig. 4.1

Rezolvare. Pentru determinarea reacțiunilor și a eforturilor arcului triplu articulat se utilizează grinda dreaptă corespunzătoare. Împingerea H este dată de expresia:

$$H_1=H_2=H=\frac{M_3^0}{f}=\frac{180}{4}=45\text{ kN}.$$

Reacțiunile verticale ale arcului:

$V_1=V_1^0+H$, $\operatorname{tg}\alpha=90$ kN ($\alpha=0$, linia reazemelor fiind orizontală);

$V_2=V_2^0-H\cdot\operatorname{tg}\alpha=30$ kN.

Diagrama de momente pe arc se obține prin suprapunerea de efecte:

$$M_i=M_i^0-H\cdot y_i,$$

adică, din diagrama de grindă simplu rezemată se scade forma arcului multiplicată cu împingerea H.

La sferturile arcului, eforturile au următoarele valori:

În secțiunea j

$$M_j=M_j^0-H\cdot y_j=270-45\cdot 3=135\text{ kN}\cdot\text{m};$$

$$y_j=\frac{4\cdot 4}{12^2}\cdot 3(12-3)=3\text{ m};$$

$$N_j^{st}=-H\cdot\cos\varphi-T_j^0\cdot\sin\varphi=-45\cdot 0{,}833-90\cdot 0{,}554=-87{,}5\text{ kN (la stînga forței concentrate)};$$

$$T_j^{st}=-H\cdot\sin\varphi+T_j^0\cdot\cos\varphi=-45\cdot 0{,}554+90\cdot 0{,}833=+49{,}8\text{ kN},$$

Scanned with OKEN Scanner

unde $\sin\varphi=0{,}554$ și $\cos\varphi=0{,}833$ din $\operatorname{tg}=\frac{dy}{dx}=\frac{4f}{l^2}(l-2x)=\frac{4\cdot4}{12^2}(12-2\cdot3)=$ $=0{,}667$.

În secțiunea k

$M_k=M_k^0-H\cdot y_k=90-45\cdot3=-45$ kN·m;

$N_k=-45\cdot0{,}833-30\cdot0{,}544=-54{,}2$ kN;

$T_k=+45\cdot0{,}554-30\cdot0{,}833=0$.

APLICAȚIA 4.2

Să se traseze diagrama de momente încovoietoare la arcul triplu articulat din figura 4.2.

Rezolvare

$V_1^0=50$ kN, $V_2^0=150$ kN;

$M_3^0=50\cdot9=450$ kN·m;

$H=\frac{M_3^0}{y_3''}=\frac{450}{5}=90$ kN;

$V_1=V_1^0+H\cdot\operatorname{tg}\alpha=50+90\frac{2}{18}=$ $=60$ kN;

$V_2=V_2^0-H\cdot\operatorname{tg}\alpha=150-90\frac{2}{18}=$ $=140$ kN;

$M_j=M_j^0-H\cdot y_j''$;

$y_j''=y_j'/\cos\alpha$;

$y_j'=\frac{4f'}{l^2}x'(l-x')=3{,}74$ m, $\cos\alpha=$ $=0{,}99$;

$y_j''=3{,}78$ m;

$M_j=150\cdot4{,}5-90\cdot3{,}78=335$ kN·m.

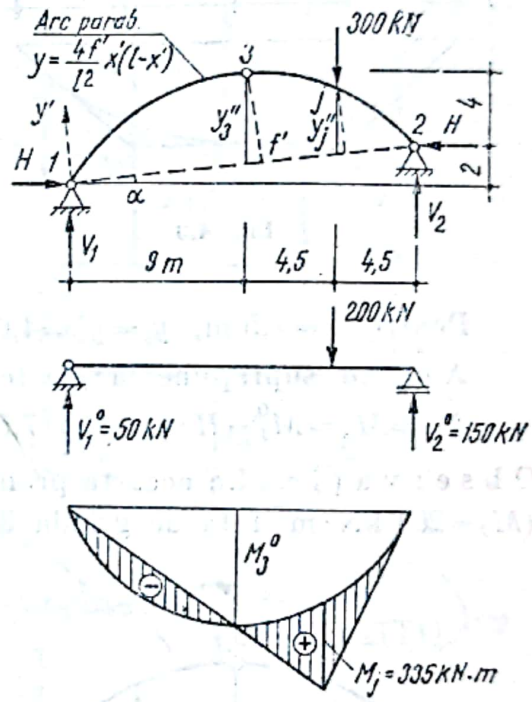


Fig. 4.2

Observație. La arcele cu reazemele denivelate, în expresiile reacțiunilor și ale momentelor încovoietoare intervin ordonatele y''. Acestea reprezintă distanțele, pe verticală, între arc și linia nașterilor (linia reazemelor).

APLICAȚIA 4.3

Să se traseze diagrama de momente încovoietoare la arcul circular triplu articulat din figura 4.3.

Rezolvare

$V_1=V_1^0=120$ kN;

$V_2=V_2^0=120$ kN;

$H=\frac{M_3^0}{f}=\frac{120\cdot7{,}5}{6}=150$ kN.

Scanned with OKEN Scanner

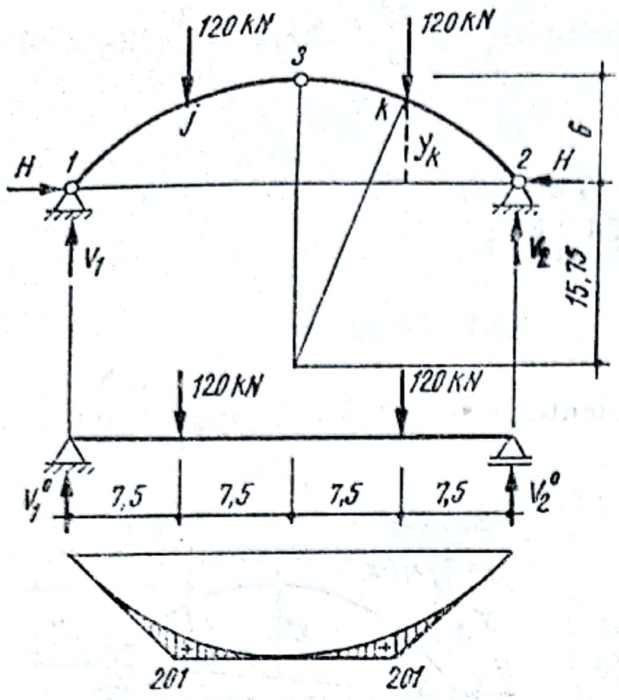


Fig. 4.3

Pentru determinarea momentelor încovoietoare din dreptul forţelor concentrate (secţiunile j şi k) trebuie stabilite valorile săgeţilor arcului, y_j şi y_k. Acestea vor rezulta din ecuaţia arcului: $x^2+(y+d)^2=R^2$, în care:

— distanţa $d=R-f$;

— raza cercului, $R=$

$$=\frac{\left(\frac{l}{2}\right)^2+f^2}{2f}=\frac{15^2+6^2}{2\cdot 6}=21{,}75 \text{ m.}$$

Rezultă:

$d=R-f=21{,}75-6=15{,}75$ m.

Ecuaţia arcului va fi deci:

$x^2+(y+15{,}75)^2=21{,}75^2$.

Pentru $x=7{,}5$ m, $y_j=y_k=4{,}66$ m.

Aplicînd suprapunerea efectelor, rezultă:

$M_j=M_k=M_j^0-H\cdot y_j=120\cdot 7{,}5-150\cdot 4{,}66=201$ kN·m.

Observaţie. La această problemă, rezultă foarte clar avantajul arcului ($M_j=201$ kN·m, faţă de grinda dreaptă la care $M_j^0=120\cdot 7{,}5=900$ kN·m).

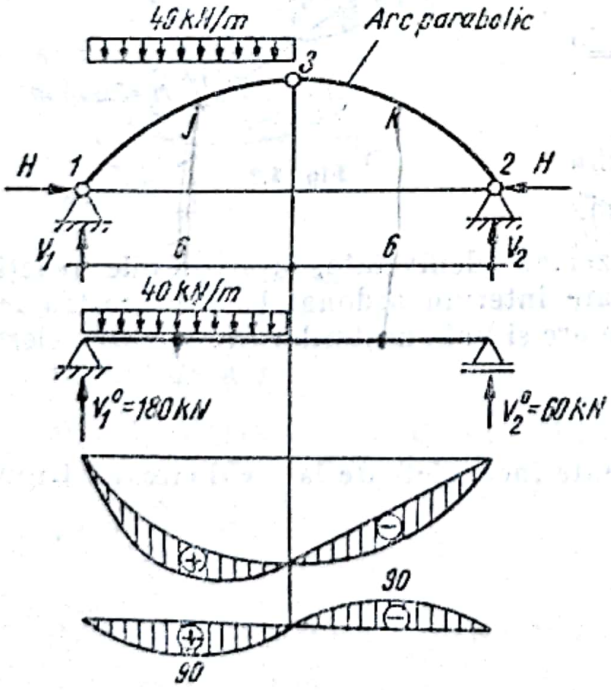


Fig. 4.4

APLICAŢIA 4.4

Să se traseze prin suprapunere de efecte diagrama de momente încovoietoare la arcul cu trei articulaţii din figura 4.4.

Rezolvare

$V_1=V_1^0=180$ kN (tg $\alpha=0$);

$V_2=V_2^0=60$ kN;

$$H=\frac{M_3^0}{f}=\frac{360}{4}=90 \text{ kN.}$$

Momentele maxime apar la sferturile arcului şi au următoarele valori:

Scanned with OKEN Scanner

$$M_j = M_j^0 - H \cdot y_j = (180 \cdot 3 - 40 \cdot 3 \cdot 1{,}5) - 90 \cdot 3 = +90 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_k = M_k^0 - H \cdot y_k = 60 \cdot 3 - 90 \cdot 3 = -90 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

Diagrama rezultă antisimetrică. Acest lucru apare mai bine în evidență dacă se raportează diagrama de momente încovoietoare la o axă de referință orizontală.

APLICAȚIA 4.5

Să se traseze diagrama de momente încovoietoare la cadrul din figura 4.5, utilizînd relațiile sistematizate de la arcul triplu articulat.

Rezolvare

$V_1^0 = 120$ kN; $V_2^0 = 120$ kN;

$$H = \frac{M_3^0}{y_3''} = \frac{360}{6} = 60 \text{ kN};$$

$$V_1 = V_1^0 + H \cdot \operatorname{tg}\alpha = 120 + 60\frac{2}{12} = 130 \text{ kN};$$

$$V_1 = V_2^0 - H \cdot \operatorname{tg}\alpha = 120 - 60\frac{2}{12} = 110 \text{ kN}.$$

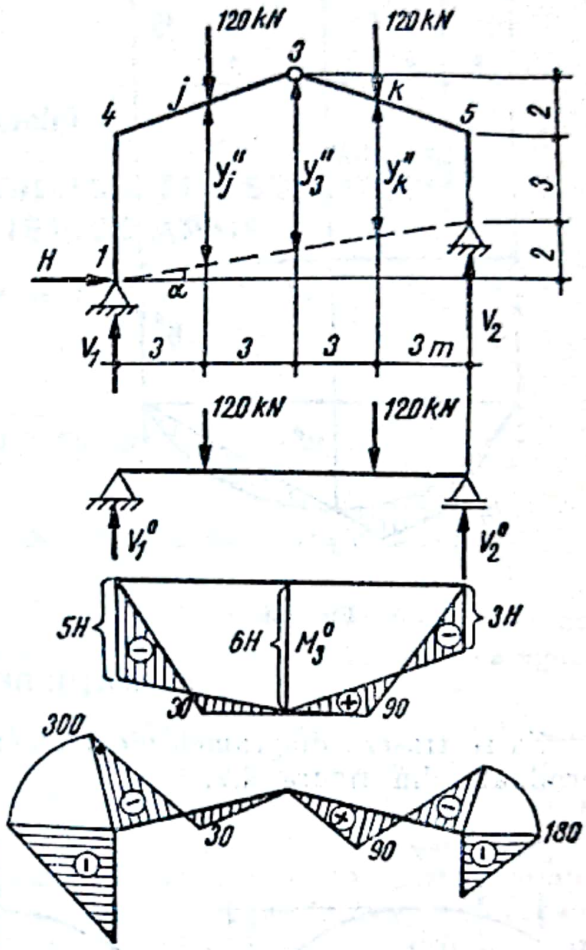


Fig. 4.5

Diagrama de momente se poate trasa direct pe cadru sau prin suprapunere de efecte. În cel de-al doilea caz, la suprapunerea formei cadrului peste diagrama de grindă simplu rezemată se are în vedere ca ordonatele să fie proporționale cu distanțele verticale y''.

$$M_4 = M_4^0 - H \cdot y_4'' = 0 - 60 \cdot 5 = -300 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_5 = M_5^0 - H \cdot y_5'' = 0 - 60 \cdot 3 = -180 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_j = M_j^0 - H \cdot y_j'' = 360 - 60 \cdot 5{,}5 = 30 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_k = M_k^0 - H \cdot y_k'' = 360 - 60 \cdot 4{,}5 = 90 \text{ kN} \cdot \text{m}.$$

APLICAȚIA 4.6

Să se traseze diagrama de momente încovoietoare la arcul cu tirant din figura 4.6.

Rezolvare. Deoarece forțele exterioare sînt verticale, împingerea H_1 este nulă ($H_1 = 0$).

Scanned with OKEN Scanner

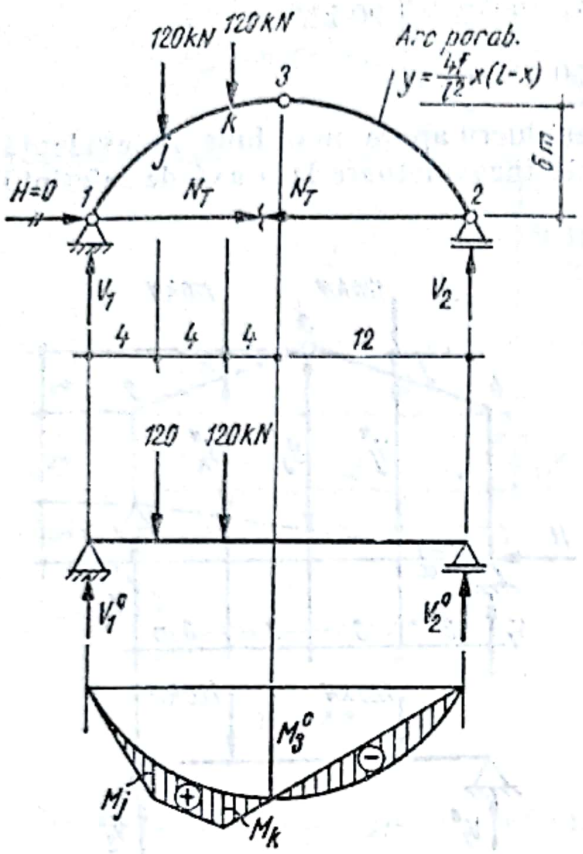


Fig. 4.6

Reacţiunile verticale ale arcului sînt egale cu cele ale grinzii drepte corespunzătoare:

$$V_1 = V_1^0 = 180 \text{ kN};$$

$$V_2 = V_2^0 = 60 \text{ kN}.$$

Mărimea efortului din tirant rezultă din condiţia de moment încovoietor nul în articulaţia *3*, avînd aceeaşi expresie ca şi împingerea arcului triplu articulat:

$$N_T = \frac{M_3^0}{f} = \frac{60 \cdot 12}{6} = 120 \text{ kN};$$

$$M_j = M_j^0 - N_T \cdot y_j = 180 \cdot 4 - 120 \cdot 3{,}33 = 320 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$M_k = M_k^0 - N_T \cdot y_k = 60 \cdot 16 - 120 \cdot 5{,}33 = 320 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$y_j = \frac{4{,}6}{24^2} 4(24-4) = 3{,}33 \text{ m};$$

$$y_k = \frac{4{,}6}{24^2} 8(24-8) = 5{,}33 \text{ m}.$$

APLICAŢIE DE REZOLVAT

Să se traseze diagramele de momente încovoietoare la arcele static determinate din figura 4.7.

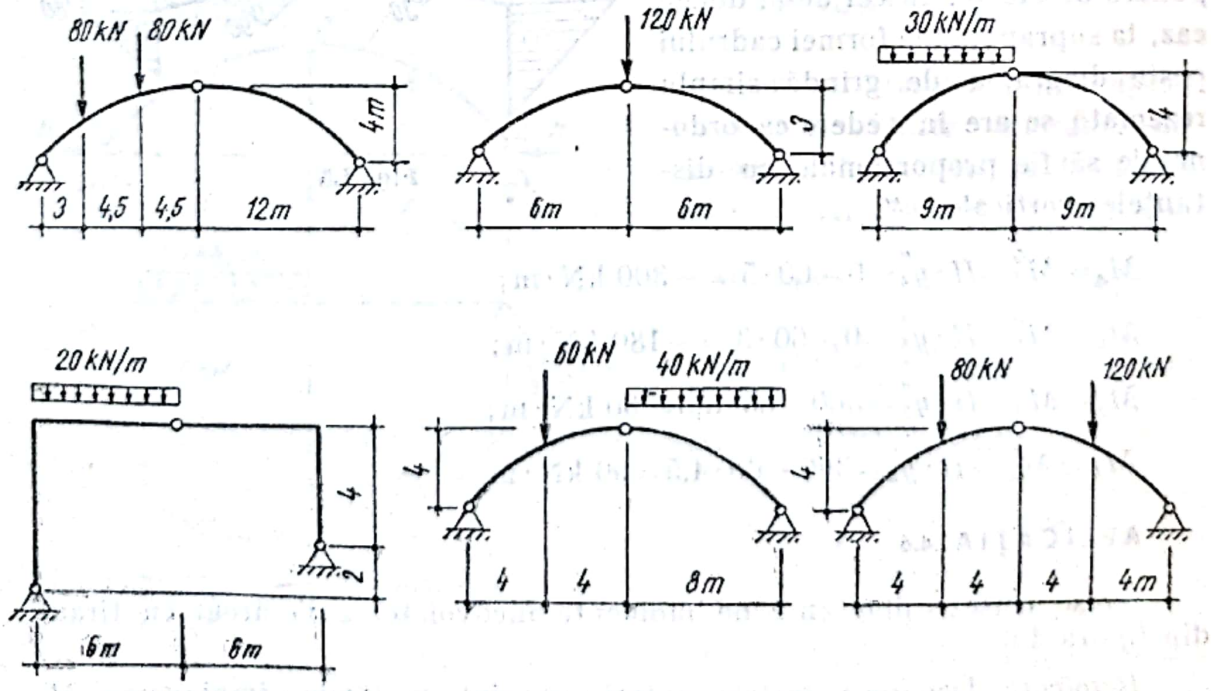


Fig. 4.7

PARTEA A DOUA

BETONUL ARMAT

Capitolul 5

PROCEDEE PRACTICE DE DETERMINARE A SOLICITĂRILOR LA ELEMENTELE ÎNCOVOIATE

Elementele supuse la încovoiere se grupează în două categorii: grinzi drepte şi plăci plane.

A. GRINZI DREPTE

1. RELAŢII GENERALE ŞI COEFICIENŢI PENTRU CALCULUL PRACTIC

Grinzile sînt elemente supuse la încovoiere şi încovoiere cu forţă tăietoare.

În vederea determinării solicitărilor, grinzile se împart în două categorii: static determinate şi static nedeterminate.

La grinzile static determinate reacţiunile şi solicitările se pot determina folosind numai relaţiile de echilibru static, iar la grinzile static nedeterminate, pe lîngă relaţiile de echilibru este necesar să se ţină seama şi de condiţiile de continuitate a deformaţiilor.

În categoria grinzilor drepte static determinate intră: grinda simplu rezemată la capete, consola, grinda cu una sau două console, grinda cu console şi articulaţii şi rigla cadrelor static determinate. La aceste categorii de grinzi, eforturile (momente încovoietoare şi forţe tăietoare) se pot determina direct, în fiecare caz în parte, folosind relaţiile de echilibru static.

Grinzile static nedeterminate pot avea una sau mai multe deschideri; în această categorie intră: grinda cu încastrare şi reazem simplu, grinda dublu încastrată şi grinda continuă.

La grinzile static nedeterminate, calculul direct al solicitărilor, folosind una din metodele staticii construcţiilor este mai anevoios şi, de aceea, în practică se utilizează tabele cu coeficienţi prin intermediul cărora se stabilesc direct (fără calcul static) eforturile în secţiunile caracteristice ale elementelor. Coeficienţii daţi în tabele s-au obţinut pe baza calculului static efectiv al diferitelor tipuri de grinzi supuse la diferite tipuri de încărcări.

De exemplu, la grinda cu o singură deschidere, simplu rezemată la capete, cu încărcarea uniform distribuită pe metru de lungime, p, eforturile maxime sînt (fig. 5.1):

$$Q_A = Q_B = \frac{pl}{2} = 0{,}5\,pl; \qquad (5.1)$$

Scanned with OKEN Scanner

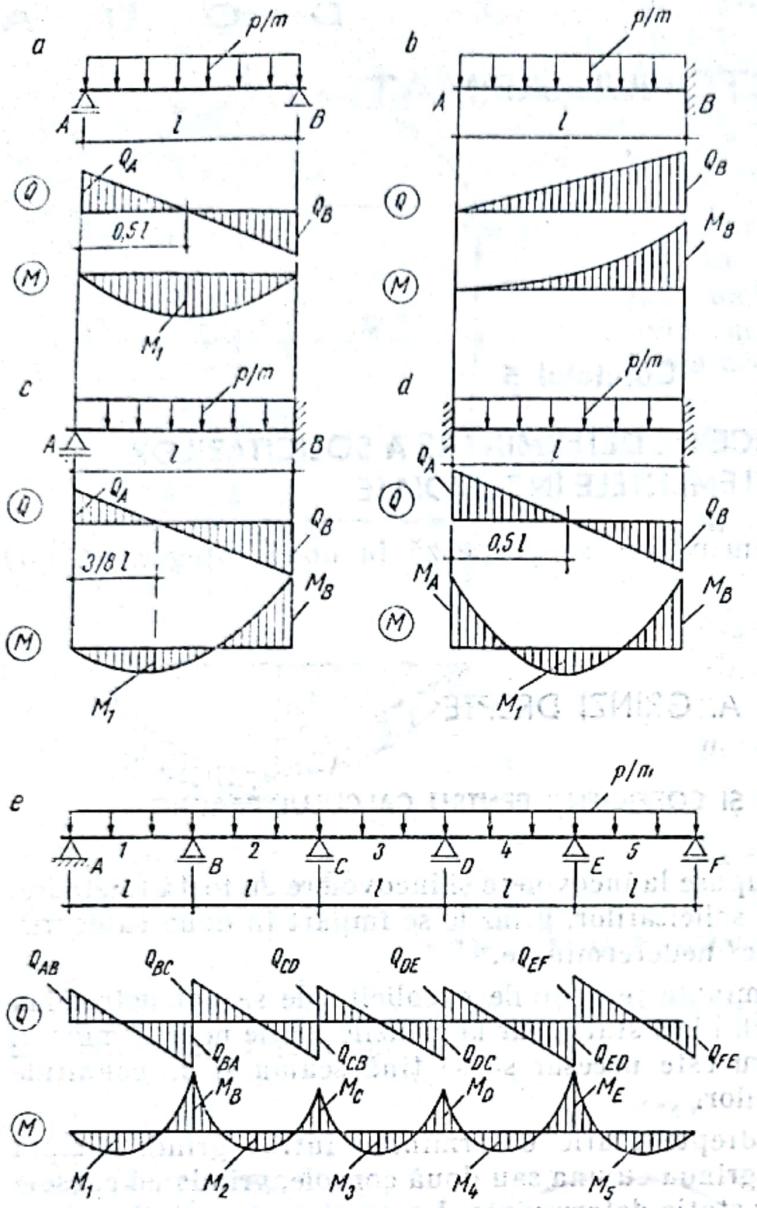


Fig. 5.1

$$M_1=\frac{pl^2}{8}=0{,}125\,pl^2. \tag{5.2}$$

Pentru grinda în consolă:

$$Q_B=pl=1{,}0\,pl; \tag{5.3}$$

$$M_B=\frac{pl^2}{2}=0{,}5\,pl^2. \tag{5.4}$$

Pentru grinda dublu încastrată:

$$Q_A=Q_B=\frac{pl}{2}=0{,}5\,pl; \tag{5.5}$$

$$M_A=M_B=\frac{pl^2}{12}=$$
$$=0{,}0834\,pl^2; \tag{5.6}$$

$$M_1=\frac{pl^2}{24}=0{,}0417\,pl^2. \tag{5.7}$$

Pentru grinda cu încastrare și reazem simplu:

$$Q_A=\frac{3}{8}pl=0{,}375\,pl; \tag{5.8}$$

$$Q_B=\frac{5}{8}\,pl=0{,}625\,pl; \tag{5.9}$$

$$M_B=\frac{pl^2}{8}=0{,}125\,pl^2; \tag{5.10}$$

$$M_1=\frac{0{,}375^2}{2}pl^2=0{,}0703\,pl^2. \tag{5.11}$$

Din exemplele date rezultă că în cazul încărcării uniform distribuite forța tăietoare într-o secțiune poate fi pusă sub forma unui produs între un coeficient numeric și expresia pl, iar momentul încovoietor, sub forma unui produs între un coeficient numeric și expresia pl^2. Coeficientul numeric depinde de tipul grinzii, respectiv de felul legăturilor ei la extremitățile deschiderii.

În mod asemănător se pot exprima forțele tăietoare și momentele încovoietoare pentru orice fel de grindă cu încărcarea distribuită uniform.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru exemplul din figura 5.1,*e*, expresiile pentru calculul eforturilor în secțiunile caracteristice sînt trecute în tabelul 5.1. Din tabel rezultă valorile coeficienților pentru fiecare tip de solicitare și în fiecare secțiune caracteristică.

Tabelul 5.1

Expresiile pentru calculul eforturilor în secțiunile caracteristice ale grinzii cu cinci deschideri egale și cu încărcare uniform distribuită

Forțe tăietoare	Momente încovoietoare
$Q_{AB} = +0{,}395\ pl$	$M_1 = +0{,}078\ pl^2$
$Q_{BA} = -0{,}605\ pl$	$M_B = -0{,}105\ pl^2$
$Q_{BC} = +0{,}526\ pl$	$M_2 = +0{,}033\ pl^2$
$Q_{CB} = -0{,}474\ pl$	$M_C = -0{,}079\ pl^2$
$Q_{CD} = +0{,}500\ pl$	$M_3 = +0{,}046\ pl^2$

În mod asemănător se pot exprima eforturile pentru orice mod de încărcare și pentru orice tip de grindă.

Asupra elementelor de construcție pot acționa diferite tipuri de încărcări, după frecvența cu care apar la anumite intensități. Sub acest aspect s-a adoptat clasificarea în:

— acțiuni permanente (AP);
— acțiuni temporare (AT);
— acțiuni excepționale (AE).

Acțiunile permanente au intensitate constantă, pe toată durata de exploatare a construcției (de exemplu, greutatea proprie a elementelor, greutatea pardoselilor, a tencuielilor, a straturilor de izolație termică sau hidrofugă etc.). Deci, pentru acțiunile permanente există o singură modalitate de distribuție în lungul grinzii, cu încărcarea permanentă, realizîndu-se o singură schemă de încărcare (de exemplu, încărcare cu intensitate constantă pe toată lungimea unei deschideri sau pe toată lungimea elementului, așa cum s-a considerat în schemele din figura 5.1). În mod obișnuit, încărcarea permanentă distribuită se notează cu g/m.

Acțiunile temporare au intensitate variabilă și, uneori, pot lipsi complet de pe anumite zone ale elementelor de construcție (sau de pe întreaga suprafață a unui planșeu).

Absența încărcării temporare pe o anumită deschidere a unei grinzi poate fi mai defavorabilă, pentru eforturile din deschiderile învecinate, decît prezența ei. Această afirmație poate fi verificată urmărind diagramele de momente ale grinzii continue cu trei deschideri egale încărcată temporar cu *p*/m considerată că acționează după diferite scheme posibile de încărcare în lungul grinzii (fig. 5.2). În tabelul 5.2 s-au trecut coeficienții care prin multiplicare cu produsul pl^2 dau valorile momentelor încovoietoare în secțiunile caracteristice ale grinzii (în cîmpuri și pe reazeme).

Din analiza cifrelor trecute în tabel, rezultă că ipoteza *I* de încărcare, cu încărcarea distribuită uniform pe toată lungimea grinzii, nu determină, în nici o secțiune caracteristică, valoarea cea mai mare a momentului înco-

Scanned with OKEN Scanner

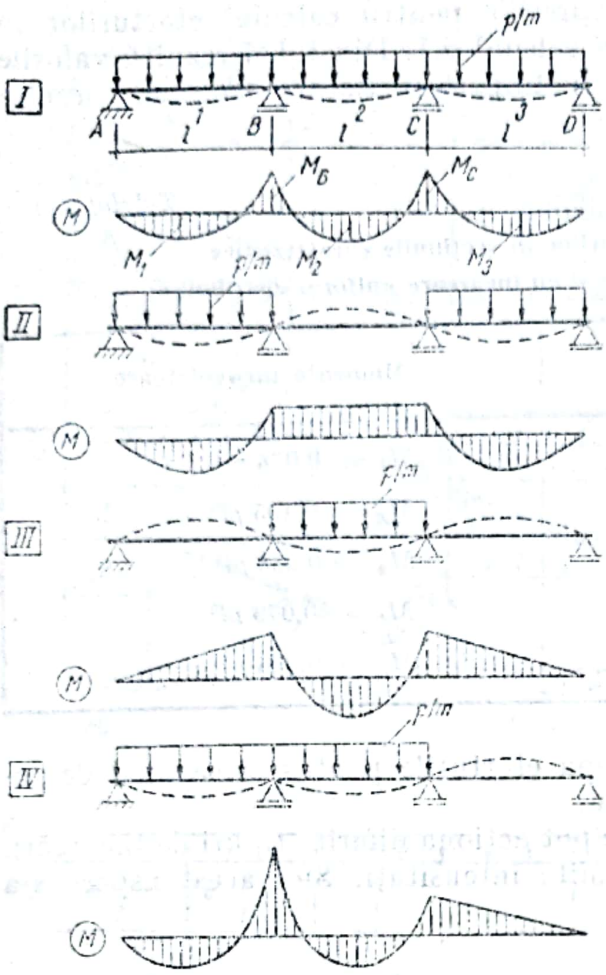


Fig. 5.2

voietor. Deci, ipoteza *I* de încărcare nu duce la situația cea mai defavorabilă de solicitare în nici o secțiune a grinzii. Pentru secțiunile din cîmpul *1*, și respectiv *3*, ipoteza de încărcare cea mai defavorabilă este *II*, pentru că determină cel mai mare moment pozitiv în aceste cîmpuri ($M_1^+ = M_3^+ = 0{,}101\ pl^2$). În același timp, ipoteza *II* determină cel mai mare moment negativ în cîmpul *2* ($M_2^- = -0{,}500\ pl^2$).

Pentru cîmpul *2*, cel mai mare moment pozitiv se obține în ipoteza de încărcare *III* ($M_2^+ = +0{,}075\ pl^2$). Această ipoteză de încărcare determină apariția unor momente încovoietoare negative în cîmpurile marginale (*1* și *3*).

Momentul maxim negativ în reazemul *B* este dat de ipoteza de încărcare *IV* ($M_B^- = -0{,}117\ pl^2$).

Din cele prezentate anterior rezultă că în cazul unei încărcări temporare este necesar să se țină seama, pentru determinarea valorilor maxime ale eforturilor, de toate schemele de încărcare posibile, așa cum s-a arătat în figura 5.2 și tabelul 5.2 pentru grinda cu trei deschideri egale.

Tabelul 5.2

Coeficienții care prin multiplicare cu produsul pl^2 dau valorile momentelor încovoietoare în secțiunile caracteristice ale grinzii cu trei deschideri egale

Secțiunea / Ipoteza	*1*	*B*	*2*	*C*	*3*
I	+0,080	−0,100	+0,025	−0,100	+0,080
II	+0,101	−0,050	−0,050	−0,050	+0,101
III	−0,025	−0,050	+0,075	−0,050	−0,025
IV	+0,073	−0,117	+0,050	−0,033	−0,017

Cînd pe grindă acționează atît încărcări permanente cît și temporare, momentele maxime, pozitive sau negative, din fiecare secțiune caracteristică se determină însumînd efectele celor două tipuri de încărcări; în această sumă se ține seama de ipoteza cea mai defavorabilă de acțiune a încărcării temporare pentru secțiunea considerată.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 5.3

Coeficienții *a* și *b* pentru calculul momentelor încovoietoare maxime pozitive și negative în câmpuri și maxime negative pe reazeme, la grinzi cu 2, 3, 4 și 5 deschideri egale, încărcate uniform distribuit

Secțiunea și semnul / Nr. de deschideri		2		3		4		5	
		a	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*	*a*	*b*
1	+	+0,070	+0,095	+0,080	+0,100	+0,077	+0,099	+0,078	+0,099
	−	+0,070	−0,025	+0,080	−0,020	+0,077	−0,021	+0,078	−0,021
2	+			+0,025	+0,075	+0,036	+0,080	+0,033	+0,079
	−			+0,025	−0,050	+0,036	−0,045	+0,033	−0,046
3	+							+0,046	+0,086
	−							+0,046	−0,040
B	−	−0,125	−0,125	−0,100	−0,117	−0,107	−0,120	−0,105	−0,120
C	−					−0,071	−0,107	−0,079	−0,111

Observație. Ținînd seama de simetria geometrică a grinzilor, în tabel s-au dat, pentru fiecare tip de grindă, numai coeficienții din secțiunile caracteristice de pe jumătate din lungimea grinzii.

Scanned with OKEN Scanner

Rezultă că momentul maxim într-o secțiune se poate pune sub forma:

$$M_{max}=(a\cdot g+b\cdot p)l^2, \tag{5.12}$$

în care **a** este coeficientul corespunzător încărcării permanente g/m, iar **b** este coeficientul corespunzător încărcării temporare p/m. De exemplu, pentru momentul maxim pozitiv în cîmpul 2, la grinda cu trei deschideri egale supusă la încărcări permanente și temporare uniform distribuite se obține $M^{+}_{2,\,max}=(+0{,}025\,g+0{,}075\,p)\,l^2$, iar pentru reazemul B, $M^{-}_{B\,max}=(-0{,}100\,g-0{,}117\,p)l^2$.

Pentru determinarea valorilor maxime ale forței tăietoare se utilizează relații de forma:

$$Q_{max}=(\alpha g+\beta p)l. \tag{5.13}$$

În tabelul 5.3 se dau valorile coeficienților a și b pentru grinzi continue cu 2 pînă la 5 deschideri egale, încărcate cu forțe permanente și temporare uniform distribuite (g/m și p/m). Notațiile pentru cîmpuri și reazeme se dau în figura care însoțește tabelul (fig. 5.3).

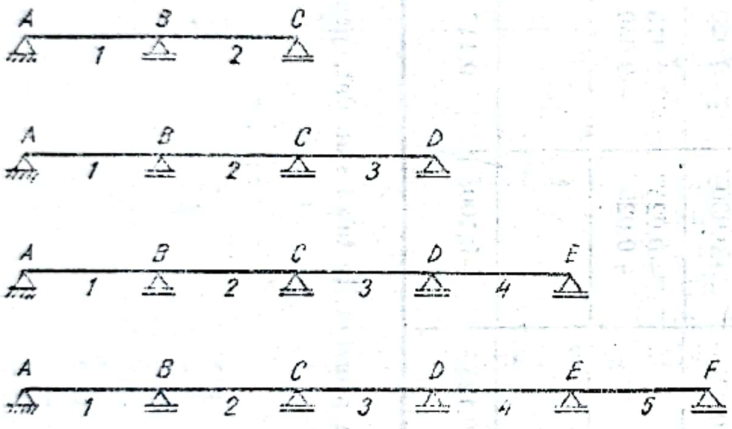


Fig. 5.3

Pentru determinarea forțelor tăietoare maxime la grinzile din figura 5.3, se utilizează relația 5.13. Coeficienții α și β se dau în tabelul 5.4.

Există tabele asemănătoare de coeficienți pentru determinarea momentelor încovoietoare și a forțelor tăietoare pentru toate situațiile curente întîlnite în practică.

În situația în care modul de încărcare are caracter mai puțin uzual sau grinda are deschideri inegale care diferă între ele cu mai mult de 20%, este necesară efectuarea calculului static exact prin metode adecvate.

Stabilirea valorilor de calcul ale solicitărilor pentru toate secțiunile caracteristice ale unui element sau ale unei structuri presupune parcurgerea următoarelor etape:

— determinarea valorilor de calcul ale încărcărilor pe baza valorilor normate ale acestor încărcări și a coeficienților corespunzători ai încărcărilor;

— determinarea valorilor de calcul maxime ale solicitărilor în secțiunile caracteristice pe baza grupărilor posibile de încărcări din cazul analizat; în cadrul acestor grupări, încărcările temporare (variabile) se consideră acționînd după acele scheme care duc la valorile maxime ale solicitărilor în secțiunile caracteristice.

Scanned with OKEN Scanner

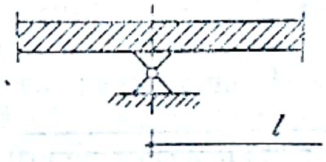
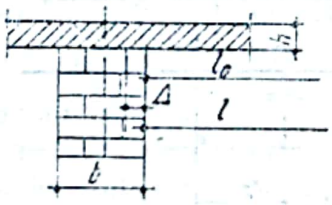
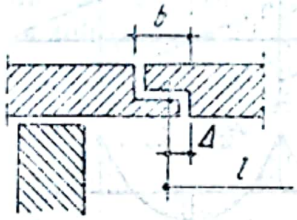
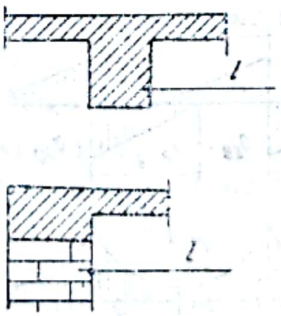
Tabelul 5.4

Valorile coeficienților α și β pentru calculul forțelor tăietoare la grinzile continue cu încărcare uniform distribuită

Nr. de deschideri	Q_{AB}		Q_{BA}		Q_{BC}		Q_{CB}		Q_{CD}	
	α	β	α	β	α	β	α	β	α	β
2	0,375	0,438	0,625	0,625						
3	0,400	0,450	0,600	0,617	0,500	0,538				
4	0,393	0,448	0,607	0,620	0,536	0,602	0,464	0,571		
5	0,395	0,447	0,605	0,620	0,526	0,598	0,474	0,576	0,500	0,591

Tabelul 5.5

Deschideri de calcul

Cazul de rezemare	Reazemele sînt alcătuite din:	Schema de rezemare	Deschiderea de calcul (l)	
			la plăci	la grinzi
1	Aparate de reazem (articulație sau reazem simplu)		Se măsoară din axa aparatului de reazem	
2	Zidării, centuri sau grinzi — fără legătură monolită	 	Se măsoară de la fața reazemului, la care se adaugă de fiecare parte valoarea: $\Delta = 0{,}025\, l_0$ / $\Delta = \frac{h}{2}$ dar nu mai mult de $b/2$	
3	Grinzi, centuri sau stîlpi — cu legătură monolită		Se măsoară de la fața laterală a reazemului cu care are legătură monolită	

Notă

h este înălțimea elementului. În cazul elementelor cu înălțime variabilă se măsoară la fața reazemului;

b — lățimea de rezemare a plăcii sau a grinzii.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru grinzile continue cu deschideri egale acţionate de încărcări permanente şi temporare (variabile), calculul valorilor maxime ale solicitărilor în secţiunile caracteristice se efectuează cu relaţii de forma (5.12) sau (5.13), în care se introduc coeficienţii a şi b din tabelul 5.3, sau α ,β din tabelul 5.4.

2. DESCHIDERILE DE CALCUL LA ELEMENTELE ÎNCOVOIATE

În vederea calculului eforturilor în elementele încovoiate de beton armat, un parametru important îl constituie deschiderea de calcul. Aceasta se confundă cu distanţa dintre axele reazemelor numai în cazul folosirii unor aparate speciale de reazem, caz rar întîlnit în practica construcţiilor civile şi industriale.

Pentru cazurile obişnuite de rezemare, deschiderea de calcul este mai mică decît distanţa dintre axele elementelor de rezemare şi se determină potrivit prevederilor cuprinse în tabelul 5.5.

Din tabel rezultă că la un element încovoiat legat monolit cu elementul pe care reazemă (centură, grindă sau stîlp), deschiderea de calcul se măsoară între feţele elementelor de reazem; de aceea, se spune că, în acest caz, deschiderea de calcul este egală cu lumina elementului, l_0. În cazul rezemării pe zidărie, fără centură legată monolit cu elementul considerat (caz rar întîlnit în practică), deschiderea de calcul este mai mare decît lumina şi se determină potrivit indicaţiilor din tabelul 5.5, punctul 2.

Un caz foarte frecvent de rezemare este acela al elementelor prefabricate pe alte elemente prefabricate, prin intermediul unui strat de mortar de poză.

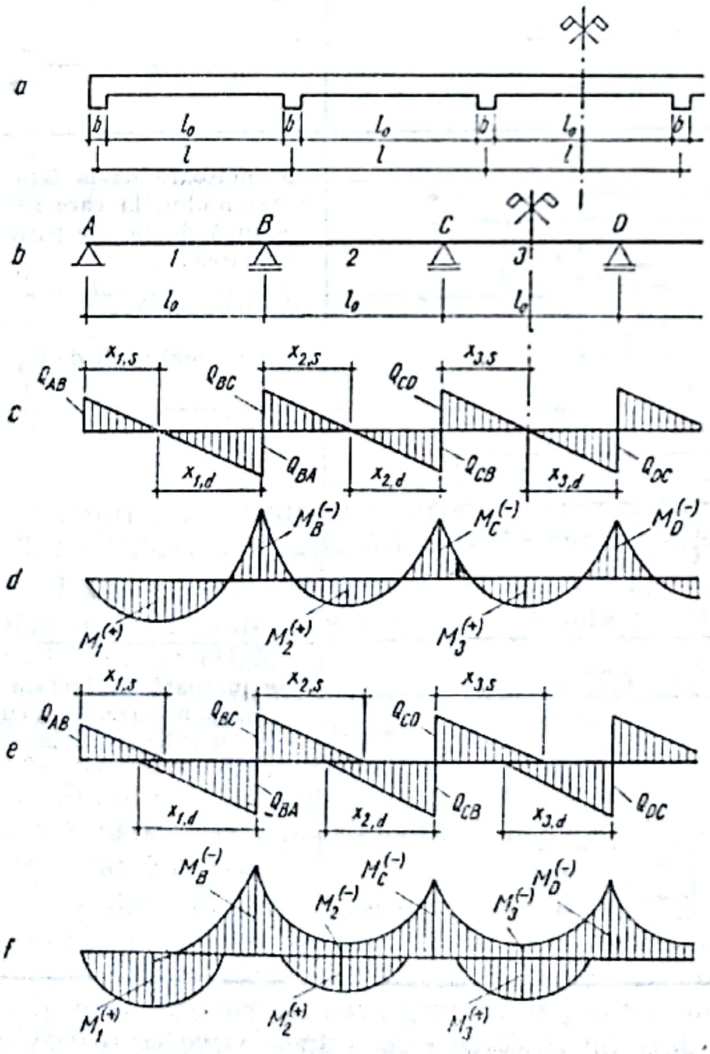


Fig. 5.4

APLICAŢIA 5.1

Se dă grinda cu cinci deschideri egale din figura 5.4,*a*, rezemată monolit pe alte grinzi situate la distanţă de 6 m, măsurată interax (l=6 m). Grinzile care servesc drept reazeme au lăţimea b= =30 cm. Pe grindă acţionează:

— încărcarea permanentă, uniform distribuită, cu valoarea normată g^n=1 500 daN/m;

— încărcarea temporară, acționînd după o singură schemă, și anume uniform distribuită pe toată lungimea grinzii, are valoarea normată $p^n = 2\,500$ daN/m.

Coeficienții încărcării sînt:

— pentru încărcarea permanentă, $n_g = 1{,}1$;

— pentru încărcarea temporară, $n_p = 1{,}3$.

Se cere determinarea valorilor de calcul ale solicitărilor (Q și M) în secțiunile caracteristice ale grinzii.

a) Pentru calculul solicitărilor se trece mai întîi de la schema constructivă a grinzii la schema de calcul static. Această trecere presupune:

— determinarea deschiderii de calcul;

— schematizarea reazemelor.

Ținînd seama că grinda este legată monolit cu elementele de reazem, conform indicațiilor din tabelul 5.5, deschiderea de calcul este egală cu distanța dintre fețele grinzilor de reazem (lumina dintre fețele reazemelor). Pe figura 5.4 deschiderea de calcul s-a notat cu l_0; rezultă că $l_0 = l - b = 600 - 30 = 570$ cm.

Reazemele se schematizează prin dispozitive care asigură rezemarea punctuală.

Pe baza deschiderii de calcul l_0 și a idealizării reazemelor se obține schema de calcul static din figura 5.4,*b*.

O b s e r v a ț i e. Întrucît pe schema de calcul lățimea reazemelor se reduce la un punct, rezultă că schema de calcul static a grinzii (fig. 5.4,*b*) are lungimea totală mai mică decît cea a grinzii reale (fig. 5.4,*a*).

b) Determinarea valorilor de calcul ale încărcărilor:

$$g = n^g \cdot g^n = 1{,}1 \times 1\,500 = 1\,650 \text{ daN/m};$$
$$p = n^p \cdot p^n = 1{,}3 \times 2\,500 = 3\,250 \text{ daN/m}.$$

c) Determinarea eforturilor (Q, M).

Întrucît atît încărcarea permanentă cît și cea temporară acționează după aceeași schemă (ambele sînt uniform distribuite pe toată lungimea grinzii), atît pentru determinarea forței tăietoare, cît și pentru determinarea momentelor încovoietoare, în relațiile (5.12 și 5.13), pentru determinarea eforturilor, coeficienții ambelor încărcări se introduc cu aceleași valori, și anume cei corespunzător încărcării permanente.

Rezultă că, pentru calculul forței tăietoare, în secțiunile caracteristice, relația (5.13) ia forma:

$$Q_{max} = \alpha(g+p)l, \qquad (5.13')$$

iar pentru calculul momentului încovoietor în secțiunile caracteristice, relația (5.12) ia forma:

$$M_{max} = a(g+p)l^2. \qquad (5.12')$$

Folosind relațiile (5.13') și (5.12') și valorile coeficienților α și a din tabelele 5.4 și 5.3, se determină valorile de calcul ale solicitărilor Q și M în secțiunile caracteristice.

Forțele tăietoare Q

$Q_{AB} = 0{,}395(1\,650 + 3\,250)5{,}70 = 11\,032$ daN;
$Q_{BA} = 0{,}605(1\,650 + 3\,250)5{,}70 = 16\,898$ daN;
$Q_{BC} = 0{,}526(1\,650 + 3\,250)5{,}70 = 14\,691$ daN;
$Q_{CB} = 0{,}474(1\,650 + 3\,250)5{,}70 = 13\,239$ daN;
$Q_{CD} = 0{,}500(1\,650 + 3\,250)5{,}70 = 13\,965$ daN.

Scanned with OKEN Scanner

Pe figura 5.4,*c* s-au trecut simbolurile forței tăietoare în secțiunile caracteristice, iar valorile corespunzătoare sînt cele calculate anterior.

Pe figura 5.4,*c* s-a trasat diagrama forței tăietoare, care are în fiecare deschidere variație liniară.

Distanțele de la punctele de anulare ale forței tăietoare la extremitățile fiecărei deschideri s-au notat cu x. Indicii *1, 2, 3* se referă la numărul de ordine al deschiderii, iar indicii *s* și *d* semnifică stînga deschiderii și dreapta deschiderii.

Distanțele x se determină din condiția că suma încărcărilor care acționează pe grindă, de la un punct de anulare a diagramei la una din extremitățile deschiderii considerate, este egală cu forța tăietoare de la extremitatea respectivă, astfel:

$Q_{AB}=(g+p)\cdot x_{1,s}$ sau

$Q_{BA}=(g+p)\cdot x_{1,d}$.

Pentru distanțele x rezultă relații de determinare de forma:

$x_{1,s}=Q_{AB}/(g+p)=11\,032/4\,900=2{,}25$ m;

$x_{1,d}=Q_{AB}/(g+p)=16\,898/4\,900=3{,}45$ m;

$x_{2,s}=Q_{BC}/(g+p)=14\,690/4\,900=3{,}00$ m;

$x_{2,d}=Q_{CB}/(g+p)=13\,239/4\,900=2{,}70$ m;

$x_{3,s}=Q_{CD}/(g+p)=13\,965/4\,900=2{,}85$ m.

Momentele încovoietoare M

Pentru determinarea momentelor încovoietoare se utilizează relația (6.12′).

$M_1=+0{,}078(1\,650+3\,250)5{,}70^2=+12\,418$ daN·m;

$M_B=-0{,}105(1\,650+3\,250)5{,}70^2=-16\,716$ daN·m;

$M_2=+0{,}033(1\,650+3\,250)5{,}70^2=+5\,253$ daN·m;

$M_C=-0{,}079(1\,650+3\,250)5{,}70^2=12\,577$ daN·m;

$M_3=+0{,}046(1\,650+3\,250)5{,}70^2=+7\,323$ daN·m.

Pe figura 5.4,*d* s-au trecut simbolurile momentelor încovoietoare în secțiunile caracteristice, iar valorile lor sînt cele determinate anterior. Pe figura 5.4,*d* s-a trasat diagrama de momente încovoietoare pe lungimea grinzii, ținînd seama că valori distincte apar numai pe prima jumătate, din cauza simetriei de alcătuire și de încărcare a grinzii.

Valorile maxime pozitive ale momentelor încovoietoare corespund secțiunilor transversale în care forța tăietoare este nulă.

APLICAȚIA 5.2

Se consideră grinda din exemplul precedent supusă aceloraşi încărcări, cu deosebirea că încărcarea temporară are caracter variabil, adică poate ocupa orice poziție în lungul grinzii.

Se cere determinarea solicitărilor Q și M în acest caz și trasarea diagramelor corespunzătoare.

Alcătuirea geometrică rămînînd aceeași și schema de calcul static se păstrează (fig. 5.4,*b*). În acest caz, pentru determinarea solicitărilor maxime trebuie să se țină seama de toate situațiile de încărcare temporară (variabilă); prin urmare trebuie folosite relațiile (5.13) și (5.12).

a. **Determinarea valorilor de calcul ale forței tăietoare.** Se utilizează relația (5.13) și coeficienții din tabela 5.4 corespunzători grinzii cu cinci deschideri egale.

$Q_{AB}=(0{,}395\times 1\,650+0{,}447\times 3\,250)5{,}70=11\,998$ daN;
$Q_{BA}=(0{,}605\times 1\,650+0{,}620\times 3\,250)5{,}70=17\,174$ daN;
$Q_{BC}=(0{,}526\times 1\,650+0{,}598\times 3\,250)5{,}70=16\,028$ daN;
$Q_{CB}=(0{,}474\times 1\,650+0{,}675\times 3\,250)5{,}70=15\,128$ daN;
$Q_{CD}=(0{,}500\times 1\,650+0{,}591\times 3\,250)5{,}70=15\,651$ daN.

Pentru o deschidere dată a grinzii, forța tăietoare maximă de la o extremitate rezultă dintr-o ipoteză de încărcare temporară, iar cea de la extremitatea opusă din altă ipoteză de dispunere a încărcării temporare. Deci, pentru o deschidere dată, valorile maxime ale forței tăietoare de la cele două extremități nu se produc în același timp, pentru că nu se pot realiza simultan două ipoteze de încărcare diferite. Pentru fiecare ipoteză de încărcare, diagrama de forță tăietoare are un punct de anulare pe fiecare deschidere; cum însă forțele tăietoare maxime de la cele două extremități ale aceleiași deschideri provin din două ipoteze diferite de încărcare, apar două puncte distincte de anulare a forței tăietoare (fig. 5.4,*e*). Distanțele de la punctele de anulare la extremitățile deschiderii se determină ca și în cazul precedent, dar în aplicația 5.1 există egalitatea $x_{1,\,s}+x_{1,\,d}=l_0$, pe cînd în acest caz, $x_{1,\,s}+x_{1,\,d}>l_0$, inegalitate valabilă în toate deschiderile.

Întrucît pe figura 5.4,*e* forțele tăietoare sînt determinate din mai multe ipoteze de încărcare și reprezintă valorile maxime posibile pentru încărcările date, graficul corespunzător (din figura 5.4,*e*) poartă numele de înfășurătoarea valorilor maxime ale forței tăietoare. În general, pe elementele și structurile supuse la diferite tipuri de încărcături se determină mai întîi eforturile pentru diferite ipoteze de încărcare și apoi se aleg valorile maxime care se pun pe o aceeași schemă, obținînd astfel diagrama înfășurătoare a valorilor maxime.

În cazul din figura 5.4,*e* ca și în cazul precedent (fig. 5.4,*c*), distanțele de la punctele de anulare ale diagramelor pînă la extremitățile deschiderilor se determină cu relații de același tip, astfel:

$$x_1=\frac{Q_{AB}}{g+p}=\frac{11\,998}{1\,650+3\,250}=2{,}45\text{ m};$$

$$x_2=\frac{Q_{BA}}{g+p}=\frac{17\,174}{4\,900}=3{,}50\text{ m};$$

$$x_3=\frac{Q_{BC}}{g+p}=\frac{16\,028}{4\,900}=3{,}27\text{ m};$$

$$x_4=\frac{Q_{CB}}{g+p}=\frac{15\,128}{4\,900}=3{,}09\text{ m};$$

$$x_5=\frac{Q_{CD}}{g+p}=\frac{15\,651}{4\,900}=3{,}20\text{ m}.$$

b. Determinarea valorilor de calcul ale momentelor încovoietoare, Se utilizează relația (5.12) și coeficienții din tabelul 5.3, corespunzători grinzii cu cinci deschideri egale.

$M_1^+=(+0{,}078\times 1\,650+0{,}099\times 3\,250)5{,}70^2=+14\,635$ daN·m;
$M_1^-=(+0{,}078\times 1\,650-0{,}021\times 3\,250)5{,}70^2=+1\,964$ daN·m;
$M_2^+=(+0{,}033\times 1\,650+0{,}079\times 3\,250)5{,}70^2=+10\,111$ daN·m;
$M_2^-=(+0{,}033\times 1\,650-0{,}046\times 3\,250)5{,}70^2=-3\,088$ daN·m;

Scanned with OKEN Scanner

$$M_3^+ = (+0{,}046 \times 1\,650 + 0{,}086 \times 3\,250)5{,}70^2 = +11\,547 \text{ daN} \cdot \text{m};$$

$$M_3^- = (0{,}046 \times 1\,650 - 0{,}040 \times 3\,250)5{,}70^2 = -1\,758 \text{ daN} \cdot \text{m};$$

$$M_B^- = (-0{,}105 \times 1\,650 - 0{,}120 \times 3\,250)5{,}70^2 = -18\,300 \text{ daN} \cdot \text{m};$$

$$M_C^- = (-0{,}079 \times 1\,650 - 0{,}111 \times 3\,250)5{,}70^2 = -15\,956 \text{ daN} \cdot \text{m}.$$

Pentru momentele încovoietoare, ca şi pentru forţele tăietoare, valorile maxime în diferite secţiuni rezultă din diferite ipoteze de dispunere a încărcării temporare. În locul unei diagrame unice, de tipul celei din figura 5.4,*d*, rezultă o înfăşurătoare a valorilor maxime (fig. 5.4,*f*). Din observarea graficului înfăşurătorii valorilor maxime ale momentelor încovoietoare, rezultă că în cîmpuri momentele pot avea atît semn pozitiv cît şi negativ. Momentul pozitiv în cîmp este sensibil mai mare decît cel negativ, dar la dimensionarea grinzii trebuie să se ţină seama, în egală măsură, atît de momentele pozitive cît şi de cele negative.

B. PLĂCI PLANE

La calculul plăcilor plane se ţine seama numai de momentul încovoietor, întrucît forţa tăietoare este preluată de beton. De aceea, în cele ce urmează se prezintă numai modul de determinare a momentelor încovoietoare şi numai la plăcile cu utilizare frecventă în alcătuirea construcţiilor.

Pentru determinarea solicitărilor trebuie să se ţină seama de forma conturului plăcii, de modul de rezemare şi, în cazul rezemării static nedeterminate, de raportul laturilor.

Se prezintă numai plăcile cu contur rectangular, cu un singur panou, în următoarele situaţii de rezemare:

— placă în consolă;
— placă rezemată numai pe două laturi paralele;
— placă rezemată pe tot conturul.

La plăci, încărcarea este distribuită pe metru pătrat, şi poate proveni din încărcări cu caracter permanent sau temporar. În încărcările cu caracter permanent intră greutatea proprie, pardoseala, tencuiala; această categorie de încărcări se notează cu g/m². În încărcările temporare intră toate tipurile de încărcări ce pot acţiona pe placă în decursul exploatării construcţiei; aceste încărcări se mai numesc utile şi se notează cu p/m². Suma încărcărilor permanente şi utile pe metru pătrat se notează cu q/m² ($g+p=q$).

1. PLACA ÎN CONSOLĂ

Acest tip de placă se utilizează la realizarea balcoanelor, a copertinelor, la acoperirea peroanelor etc.

Momentele încovoietoare se calculează ca şi la grinzile în consolă, utilizînd relaţia (5.4) în cazul încărcării distribuite sau o altă relaţie adecvată modului de încărcare. Acest mod de calcul este valabil indiferent de latura în lungul căreia este încastrată placa. Se consideră o fişie cu lăţimea unitară şi grosimea egală cu grosimea plăcii. Încărcarea pe metru liniar de fişie este egală, numeric, cu încărcarea pe metru pătrat de placă (q/m²). Se determină momentul în orice secţiune din lungimea fişiei ca la o grindă încastrată. Toate fişiile unitare paralele cu cea considerată au aceleaşi solicitări şi deci se vor arma identic.

Scanned with OKEN Scanner

2. PLACA REZEMATĂ PE DOUĂ LATURI PARALELE

În această categorie intră plăcile simplu rezemate pe două laturi paralele, cele cu reazem simplu pe o latură şi încastrare pe cea de a doua (paralelă cu prima) sau cele cu două laturi paralele încastrate.

Şi în acest caz, ca şi în cazul grinzii în consolă, se consideră o fişie de lăţime unitară pe direcţia perpendiculară la marginile rezemate şi se calculează momentele încovoietoare ca la grinzile cu acelaşi mod de rezemare şi cu încărcarea q/m. Relaţiile pentru determinarea momentelor maxime se găsesc date în subcapitolul A al acestui capitol (v. relaţiile 5.6; 5.7; 5.10; 5.11). În cazul rezemării simple la ambele margini, momentul maxim din cîmp are valoarea $M_{max}=0{,}125\ ql^2$.

3. PLĂCI REZEMATE PE TOT CONTURUL

La această categorie de plăci, în determinarea eforturilor intervine influenţa raportului laturilor panoului.

a. Plăci armate pe o singură direcţie. Dacă se notează cu l_1 şi l_2 laturile panoului de placă şi $l_1<l_2$, pentru $l_2/l_1\geqslant 2$, practic întreaga încărcare se transmite la reazeme numai pe direcţia laturii l_1 (adică pe direcţia laturii scurte a panoului). Armătura de rezistenţă este practic dispusă numai în lungul laturii l_1. Plăcile la care armătura principală de rezistenţă se dispune pe o singură direcţie sînt denumite plăci armate pe o direcţie. În acest caz, ca şi în cazul plăcilor rezemate pe două laturi paralele, pentru determinarea eforturilor se consideră o fişie de lăţime unitară dispusă în lungul laturii scurte a panoului (l_1), pe care acţionează încărcările permanente şi temporare, iar momentele încovoietoare se calculează ca la o grindă cu una sau mai multe deschideri, după caz.

Cînd placa are un singur panou, fişia unitară se calculează ca o grindă cu o singură deschidere, cu rezemările corespunzătoare la capete şi cu încărcarea (q/m$=g$/m$+p$/m). Dacă placa este continuă pe mai multe panouri, fişia unitară se comportă ca o grindă continuă şi momentele încovoietoare în lungul deschiderii de calcul l_1 se determină cu ajutorul relaţiei (5.12) şi al coeficienţilor din tabelul 5.3.

Pe direcţia perpendiculară deschiderii de calcul a plăcii nu se efectuează un calcul special al momentelor încovoietoare în cîmp, întrucît ele au valori reduse şi pot fi preluate cu armăturile de repartiţie. Dacă în lungul laturii lungi a panoului apar legături de continuitate sau încastrări la reazeme, momentele încovoietoare corespunzătoare trebuie determinate cu diferite relaţii aproximative. În general este acoperitor dacă pentru momentul de continuitate la reazemele încastrate, pe direcţia laturii lungi l_2 a panoului, se adoptă, pentru momentul încovoietor, valoarea dată de relaţia:

$$|M_{R,2}^{(-)}|=-\frac{q\cdot l_1^2}{17}. \qquad (5.14)$$

În relaţia (5.14), deşi calculul se referă la momentul negativ pe reazem pe direcţia laturii lungi l_2, se introduce deschiderea de calcul a plăcii armate pe o direcţie, adică l_1.

b. Plăci armate pe două direcţii. În cele ce urmează se consideră numai panouri de placă rectangulare, cu un singur cîmp şi cu rezemare continuă în lungul tuturor laturilor de contur (simplă rezemare sau încastrare).

Scanned with OKEN Scanner

Dacă raportul laturilor panoului l_2/l_1 (cînd $l_2<l_1$) este mai mic sau cel mult egal cu 2, atunci ambele direcţii sînt active în transmiterea încărcărilor la reazeme, de aceea este necesară armătură de rezistenţă pe ambele direcţii în cîmp, fapt pentru care asemenea plăci se numesc armate pe două direcţii.

Măsura în care încărcarea se transmite la reazeme pe o direcţie sau alta este funcţie de raportul laturilor ($\lambda=l_2/l_1$) şi de modul de rezemare pe contur al panoului considerat.

Se consideră un panou de placă cu $l_2/l_1\leqslant 2$ şi cu rezemare continuă pe contur, de exemplu cu două laturi vecine simplu rezemate, iar cu celelalte două laturi încastrate perfect (fig. 5.5). Pe acest panou se dezvoltă momentele pozitive în cîmp M_1 şi M_2 şi momentele negative la reazemele încastrate M_1' şi M_2'.

Fîşiile unitare pe cele două direcţii se comportă ca grinzi cu un capăt încastrat, iar cu celălalt capăt simplu rezemat. Pe fiecare direcţie la reazeme se transmite o fracţiune din încărcarea totală q/m^2.

Cele două fracţiuni ale încărcării q_1 şi q_2 se pot determina cu relaţii de forma:

$$q_1=\beta_{i,1}\cdot q; \tag{5.15}$$

$$q_2=\beta_{i,2}\cdot q; \tag{5.16}$$

în care $\beta_{i,1}$ şi $\beta_{i,2}$ sînt coeficienţi numerici care depind de raportul laturilor $\lambda=l_2/l_1$ şi de modul de rezemare pe contur al panoului de placă.

Momentele încovoietoare în cîmp şi pe reazeme se pot pune sub forma:

$$M_1=\alpha_{i,1}\cdot q\cdot l_1^2; \tag{5.17}$$

$$M_2=\alpha_{i,2}\cdot q\cdot l_2^2; \tag{5.18}$$

$$M_1'=-\frac{1}{8}\,q_1\cdot l_1^2 \tag{5.19}$$

$$M_2'=-\frac{1}{8}q_2\cdot l_2^2; \tag{5.20}$$

în care coeficienţii α depind, ca şi coeficienţii β, de raportul laturilor λ şi de modul de rezemare pe contur al panoului.

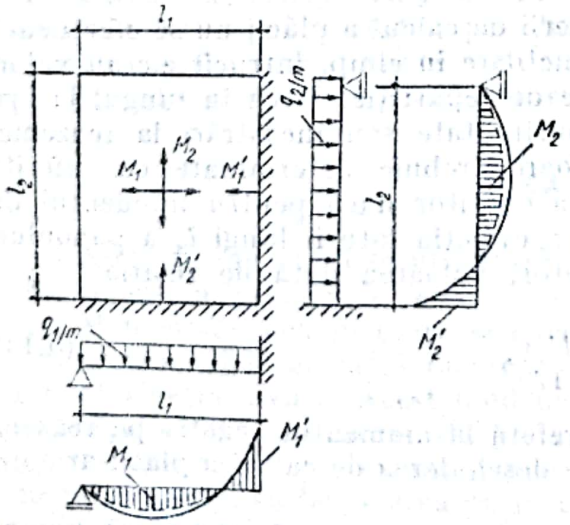


Fig. 5.5

Indicele i, care apare la coeficienţii β şi α, reprezintă numărul de ordine al panoului, funcţie de modul lui de rezemare, conform numerotării din STAS 10 107/2—77 (care se regăseşte în tabelul 17 din anexă). Pentru cazul de rezemare ales, ilustrat în figura 5.5, indicele i are valoarea 4, iar cei patru coeficienţi din relaţiile (5.15)...(5.18) se scriu sub forma: β_{41}, β_{42} şi α_{41}, α_{42}.

În urma rezolvării, cu ajutorul metodelor Teoriei elasticităţii, a tuturor tipurilor de panouri de placă (atît în ceea ce priveşte modul de rezemare cît şi raportul laturilor) s-au stabilit valorile coeficienţilor α şi β şi s-au alcătuit tabele cu valorile lor, care constituie materiale ajutătoare pentru calculele de proiectare.

APLICAȚIA 5.3

Se consideră panoul rectangular de placă din figura 5.5, la care $l_1=4$ m și $l_2=6$ m. Pe suprafața panoului acționează următoarele încărcări (valori normate):

— greutatea proprie, 220 daN/m²;
— tencuiala, 36 daN/m²;
— pardoseala, 100 daN/m²;
— încărcarea utilă, 800 daN/m².

Se cere determinarea valorilor de calcul ale momentelor încovoietoare în secțiunile caracteristice.

a. **Determinarea valorii de calcul a încărcării totale.** Coeficienții încărcă rilor sînt:

$n_1=1{,}1$, pentru greutatea proprie a plăcii;
$n_2=1{,}2$, pentru pardoseală și tencuială;
$n_3=1{,}3$, pentru încărcarea temporară (utilă).

Valoarea de calcul a încărcării pe metru pătrat este:
$q/\text{m}^2=1{,}1\times 220+1{,}2(36+100)+1{,}3\times 800=1\,445$ daN/m².

b. **Determinarea valorilor de calcul ale momentelor încovoietoare.** Pentru determinarea acestor valori se utilizează relațiile (5.15), (5.16) și (5.17)...(5.20) și coeficienții corespunzători din tabela 17, *d* (anexă) pentru $\lambda=l_2/l_1=6{,}00/4{,}00=1{,}5$:

$\beta_{41}=0{,}835$; $\beta_{42}=0{,}154\,9$;
$\alpha_{41}=0{,}048$; $\alpha_{42}=0{,}009\,6$;
$q_1=0{,}835\times 1\,445=1\,207$;
$q_2=0{,}164\times 1\,445=238$;
$M_1=0{,}048\times 1\,445\times 4{,}00^2=1\,121$ daNm/m;
$M_2=0{,}009\times 1\,445\times 6{,}00^2=500$ daNm/m;
$M_1'=-0{,}125\times 1\,207\times 4{,}00^2=2\,414$ daNm/m;
$M_2'=-0{,}125\times 238\times 6{,}00^2=1\,071$ daNm/m.

Comparînd între ele valorile obținute, rezultă că pentru tipul de placă ales (ca mod de rezemare) și pentru raportul laturilor $\lambda=1{,}5$:

— raportul între fracțiunea de încărcare, care se transmite la reazeme pe direcția scurtă față de cea lungă, este $1\,207/238=5{,}07$;

— raportul momentelor din cîmp pe cele două direcții, $1\,121/500=2{,}242$;

— raportul dintre momentele din reazeme, $2\,414/1\,071=2{,}253$;

— raportul dintre momentul din reazem și cîmp pentru direcția scurtă (cea mai solicitată), $2\,414/1\,121=2{,}153$.

Semnificația acestor rapoarte poate fi formulată astfel:

— la o placă cu rezemarea ca în figura 5.5 (două reazeme vecine simplu rezemate și două dublu încastrate) și cu $\lambda=1{,}5$, pe direcția scurtă se transmite la reazeme o fracțiune din încărcare totală de peste cinci ori mai mare decît pe direcția lungă;

— raportul momentelor încovoietoare, din cîmp de pe cele două direcții (2,242) este mai mare decît raportul laturilor panoului, dar mai mic decît raportul fracțiunilor de încărcare ce se transmite la reazeme pe cele două direcții;

— raportul dintre momentul din reazem și momentul din cîmp pentru direcția scurtă este de 2,153, deci mai mare decît raportul dintre momentul din reazem și cel din cîmp la grinda cu încastrare și reazem simplu, care este de numai 1,785.

Valorile relativ mai mici ale momentelor reale din cîmpul plăcii, față de valorile ce s-ar obține considerînd fîșiile unitare pe cele două direcții lucrînd ca grinzi, se datoresc faptului că la plăci apar, pe lîngă momente încovoietoare pe două direcții, și momente de torsiune care nu intervin în dimensionarea plăcii (pentru că efectele lor sînt preluate numai de beton), dar care reduc valorile momentelor încovoietoare pe cele două direcții, în cîmp. Pe figura 5.5, la diagramele de momente pe cele două direcții, în cîmp, apar două curbe:

— curba punctată, corespunzătoare momentelor reale de placă, determinate cu coeficienții α din tabela 17 (din anexă);

— curba plină, corespunzătoare comportării de grindă cu încastrare și reazem simplu, încărcată cu fracțiunea aferentă (q_1 sau q_2) din încărcarea totală q.

Zona cuprinsă între aceste două curbe reprezintă tocmai reducerea de momente în cîmpul plăcii, ca urmare a efectului favorabil al momentelor de torsiune.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 6

CALCULUL ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA STAREA LIMITĂ DE REZISTENȚĂ ÎN SECȚIUNI NORMALE

A. ASPECTE GENERALE

Relațiile de calcul și modul de calcul la încovoiere în secțiuni normale sînt aceleași la elementele de tip grindă dreaptă și placă plană. La plăcile plane armate pe una sau două direcții, eforturile (momentele încovoietoare) se determină pe metru liniar de lățime și deci secțiunea lor de calcul este de formă dreptunghiulară cu lățimea $b=100$ cm și înălțimea egală cu grosimea h_p a plăcii.

Calculul elementelor încovoiate la starea limită de rezistență în secțiuni normale se reduce la verificarea unei relații de tip I.13, din manualul „Beton armat", în care în locul solicitării maxime din secțiune, notată generic cu S_{max}, se introduce, în acest caz, valoarea de calcul a momentului încovoietor determinată așa cum s-a arătat în capitolul 5, la punctul A pentru grinzi drepte și la punctul B pentru plăci plane.

Pentru calculul la încovoiere, relația (I.13) capătă forma:

$$M_{max} \leqslant M_{cap}, \tag{6.1}$$

în care M_{max} reprezintă valoarea de calcul cea mai mare (pozitivă sau negativă) a momentului încovoietor care ia naștere în secțiunea normală considerată, ținînd seama de toate ipotezele de încărcare a grinzii, ce pot avea loc pe durata exploatării construcției, așa cum s-a arătat în capitolul 5.

Problemele calculului la starea limită de rezistență pot avea specific de dimensionare sau de verificare. Oricare ar fi specificul problemei, la rezolvarea ei se utilizează relația generală (6.1).

B. ELEMENTE CU SECȚIUNEA TRANSVERSALĂ DE FORMĂ DREPTUNGHIULARĂ, SIMPLU ARMATE

1. DIMENSIONAREA ELEMENTELOR

Prin dimensionare se înțelege stabilirea dimensiunilor b și h ale secțiunii precum și aria de armătură întinsă A_a, astfel încît elementul să poată rezista momentului încovoietor din secțiunea respectivă, determinat pentru gruparea de acțiuni considerată (M_{max}).

Pentru determinarea momentului capabil se utilizează una din relațiile:

$$M_{cap} = B \cdot b h_0^2; \tag{6.2}$$

Scanned with OKEN Scanner

$$M_{cap}=\frac{1}{r^2}\ bh_0^2; \tag{6.3}$$

$$M_{cap}=A_a\cdot R_a\cdot\gamma\cdot h_0. \tag{6.4}$$

Modul de stabilire a acestor expresii pentru momentul capabil este arătat în manualul „Beton armat" la capitolul II.

Coeficienții B, γ și r din relațiile (6.2), (6.3), (6.4) se determină cu următoarele relații:

$$B=\mu\cdot R_c\left(1-0{,}5\mu\ \frac{R_a}{R_c}\right); \tag{6.5}$$

$$\gamma=1-\mu\ \frac{R_a}{R_c}; \tag{6.6}$$

$$r=\frac{1}{\sqrt{B}}\ . \tag{6.7}$$

în care R_c și R_a sînt valorile de calcul ale rezistențelor betonului și armăturii iar μ este coeficientul de armare al secțiunii:

$$\mu=\frac{A_a}{b\cdot h_0}. \tag{6.8}$$

Se constată că există o singură relație de calcul (6.1), iar problema cuprinde trei mărimi necunoscute b, h și A_a; deci, problema dimensionării elementelor de beton armat cu secțiune dreptunghiulară, simplu armată, la încovoiere în secțiuni normale este algebric nedeterminată, avînd două nedeterminări. Pentru rezolvarea ei mai sînt necesare două relații între cele trei necunoscute.

Faptul că problema dimensionării este algebric nedeterminată reprezintă un avantaj din punctul de vedere al proiectării, pentru că permite să se aleagă astfel cele două relații suplimentare între necunoscute, încît să se obțină o soluție optimă din punct de vedere funcțional, economic, constructiv sau estetic.

Astfel, de exemplu, din punct de vedere funcțional pot să apară restricții privind înălțimea sau lățimea elementului, pentru ca el să nu stînjenească desfășurarea activității din construcția în care se află. Din punct de vedere economic, dimensiunile secțiunii și aria de armătură trebuie alese așa încît să rezulte minim costul elementului sau al structurii. Cerințele de ordin constructiv se referă la corelarea dimensiunilor elementului considerat cu dimensiunile elementelor de care se leagă în cadrul structurii (de exemplu, cu grinzile din deschiderile învecinate sau cu stîlpii pe care reazemă).

În cele ce urmează se arată modul concret de rezolvare a problemei de dimensionare.

Cazul I. Se presupun cunoscute dimensiunile b și h ale secțiunii, alese pe baza unor criterii de tipul celor arătate mai sus sau determinate într-o etapă anterioară, pe baza unor calcule de predimensionare. Rămîne ca unică necunoscută a problemei aria de armătură întinsă A_a.

În calculele practice, în relația (6.1) se adoptă semnul egalității:

$$M_{max}=M_{cap}. \tag{6.1'}$$

Pentru M_{max} se utilizează în continuare notația M.

Scanned with OKEN Scanner

Dacă pentru M_{cap} se utilizează relaţia (6.2), din relaţia (6.1') rezultă valoarea coeficientului B.

$$B=\frac{M}{b\cdot ho^2}. \tag{6.9}$$

Cunoscînd rezistenţele materialelor (R_a şi R_c), întrucît materialele se aleg, şi avînd valoarea lui B, determinat cu relaţia (6.9), se determină coeficientul de armare μ din relaţia (6.5), iar apoi aria de armătură A_a din relaţia (6.8).

$$A_a=\mu\cdot b\cdot h_0. \tag{6.10}$$

În aplicaţiile practice, pentru determinarea coeficientului de armare μ nu se utilizează ca atare relaţia (6.5), care este o ecuaţie de gradul II în raport cu necunoscuta μ, ci se folosesc tabele în care se găseşte gata rezolvată această ecuaţie, respectiv se găseşte valoarea numerică a lui μ pentru orice valoare a lui B şi pentru rezistenţele alese ale materialelor (R_a şi R_c). Asemenea tabele sînt date în anexa la prezenta lucrare şi sînt numerotate cu 10, 11 şi 12. Din tabele, în funcţie de μ, R_a şi R_c, se pot determina şi coeficienţii γ sau r care, ca şi coeficientul B, pot fi folosiţi în relaţiile de dimensionare. Astfel, de exemplu, dacă din tabelă, pentru aceeaşi valoare a coeficientului B, în loc să se scoată valoarea procentului de armare μ se scoate valoarea coeficientului γ, din relaţia 6.4 rezultă aria de armătură întinsă:

$$A_a=\frac{M}{\gamma\cdot h_0\cdot R_a}. \tag{6.11}$$

Relaţia (6.11) permite să se vadă dependenţa ariei de armătură de cele trei mărimi caracteristice:

— momentul încovoietor de calcul M;

— rezistenţa de calcul a armăturii R_a;

— braţul de pîrghie al forţelor interioare $z=\gamma\cdot h_0$.

Coeficientul γ variază între limite relativ apropiate între ele, avînd valoarea medie cuprinsă între 0,850 şi 0,875. Ţinînd seama de acest lucru, relaţia (6.11) poate fi folosită şi pentru calcule aproximative rapide, înlocuind pe γ cu una din valorile date, atunci cînd o precizie prea mare a calculului nu este necesară şi cînd nu se dispune de tabelele ajutătoare pentru determinarea exactă a coeficientului de armare μ.

Cazul II. *Nu se cunosc dimensiunile secţiunii transversale b şi h şi nici aria de armătură* A_a.

În acest caz, după ce se aleg materialele, se adoptă pentru procentul de armare o valoare convenabilă. La grinzile cu secţiunea dreptunghiulară, procentul de armare curent este cuprins între 0,6 şi 1,2%; deci se ia o valoare cuprinsă în acest interval.

Cunoscînd tipul oţelului, marca betonului şi procentul de armare, dintr-un tabel (10, 11 sau 12 din anexă), rezultă valoarea coeficientului r.

Din relaţia (6.1') în care pentru M_{cap} se admite forma (6.3), rezultă valoarea înălţimii h_0 în funcţie de coeficientul r, de momentul de calcul M şi de lăţimea secţiunii b:

$$h_0=r\sqrt{\frac{M}{b}}. \tag{6.12}$$

Scanned with OKEN Scanner

În relația (6.12), în membrul drept, nu se cunoaște lățimea secțiunii b. De obicei, acesta se alege direct, ca valoare numerică, știind că lățimile curente ale grinzilor dreptunghiulare sînt cuprinse în intervalul 15...30 cm și mai rar ajung la 35...40 cm. După determinarea înălțimii utile h_0, cu relația (6.12), se determină înălțimea totală a secțiunii cu relația: $h=h_0+a$, în care a este distanța de la marginea întinsă a secțiunii pînă la centrul de greutate al armăturii întinse.

Dacă grinda urmează a se executa din beton armat monolit, este necesar ca pentru dimensiunile b și h să se adopte valori care sînt multipli întregi de 5 cm. Această cerință poate fi îndeplinită de la început de lățimea b a secțiunii, pentru că, așa cum s-a arătat, aceasta se poate alege. Cît privește înălțimea secțiunii h, ea poate rezulta din calcul de orice valoare și numai întîmplător multiplu de 5 cm. Astfel, în mod curent este necesar să se rotunjească valoarea lui h la cel mai apropiat multiplu de 5 cm. Prin aceasta, procentul de armare necesar diferă, într-o oarecare măsură, de cel ales la plecare. Pentru a se afla valoarea corectă a noului procent de armare, în urma rotunjirii valorii lui h, se rezolvă încă odată problema pornind de la dimensiunile b și h cunoscute (multipli de 5 cm). Astfel etapa a doua din cazul II de dimensionare se reduce la cazul I, studiat anterior.

2. VERIFICAREA ELEMENTELOR

Sînt situații în care se cunosc elementele de alcătuire și armare ale grinzii precum și rezistențele materialelor utilizate și se cere să se determine momentul încovoietor pe care-l poate prelua secțiunea transversală a grinzii.

Cunoscînd pe b, h, A_a, R_a, R_c, se poate determina momentul capabil, astfel:

— se calculează $h_0=h-a$;

— se determină procentul de armare $\mu=A_a\, bh_0$;

— din tabele, pentru R_a, R_c și μ cunoscute, se scoate valoarea coeficientului B;

— se calculează apoi valoarea momentului încovoietor capabil cu relația (6.2);

— cunoscînd momentul maxim de calcul, produs de acțiunile exterioare în secțiunea normală considerată, și momentul capabil, determinat cu relația (6.2), se verifică dacă este îndeplinită condiția (6.1). În caz afirmativ înseamnă că grinda cu alcătuirea dată poate prelua momentul încovoietor produs de acțiunile date.

3. PROCENT MAXIM DE SIMPLĂ ARMARE

Procentul de armare corespunzător situației în care atingerea limitei de curgere în armătura întinsă are loc simultan cu atingerea scurtării specifice limită la marginea superioară a zonei comprimate poartă numele de procent maxim de armare.

Se introduce notația:

$$\xi=\frac{x}{h_0}, \tag{6.13}$$

în care ξ are semnificația de înălțime relativă a zonei comprimate.

Scanned with OKEN Scanner

S-a constatat experimental că atingerea simultană a limitei de curgere în armătura întinsă și a scurtării specifice limită la marginea superioară a zonei comprimate are loc pentru valori maxime ale lui ξ (în funcție de tipul și de marca betonului) cuprinse între 0,5 și 0,6, numite valori limită (ξ_{lim}), așa cum rezultă din tabelul 6.1.

Tabelul 6.1

Valorile înălțimii relative limită a axei neutre, ξ_{lim}

Tipul betonului	Marca betonului		
	≤B 400	B 500	B 600
	Valorile lui ξ_{lim}		
Beton cu agregate obișnuite (grele)	0,60	0,55	0,50
Beton cu agregate de granulit	0,55	0,50	—

Știind că înălțimea zonei comprimate x, se obține din relația $x \frac{A_a \cdot R_a}{b \cdot R_c}$ rezultă pentru ξ expresia:

$$\xi = \mu \frac{R_a}{R_c}. \qquad (6.14)$$

Cînd ξ ia valoarea limită, μ devine maxim și deci se poate scrie:

$$\mu_{max} = \xi_{lim} \frac{R_c}{R_a}. \qquad (6.15)$$

În prezent, pentru realizarea elementelor și a structurilor de beton armat, se utilizează betonul greu cu mărci mai mici sau cel mult egale cu B 400; deci, pentru cazurile curente $\xi_{lim}=0,6$, iar $\mu_{max}=0,6\ R_c/R_a$.

Procentul maxim de armare, cînd materialele folosite sînt oțel PC 52 cu $R_a=2\,900$ daN/cm² și beton B 300 cu $R_a=140$ daN/cm², este:

$$\mu_{max}=0,6 \frac{140}{2\,900}=2,9\%.$$

În tabelele 10, 11 și 12 din anexă, pentru calculul elementelor la încovoiere toate coloanele se întrerup la atingerea procentului maxim de simplă armare, valoarea lui fiind dată explicit la baza fiecărei coloane. Valorii maxime a procentului de armare îi corespunde valoarea limită a coeficienților B și γ (B_{max} și γ_{min}).

Dacă din calcule ar rezulta un procent de armare necesar, superior valorii μ_{max}, înseamnă că secțiunea aleasă nu poate fi dimensionată ca secțiune simplu armată și trebuie fie să se mărească laturile secțiunii (b și h), fie să se sporească rezistența zonei comprimate prin prevederea unei armături în această zonă.

Scanned with OKEN Scanner

4. PROCENTUL MINIM DE ARMARE

Există elemente încovoiate la care dimensiunile secțiunii transversale rezultă, pe considerente constructive, sensibil mai mari decît cele strict necesare pe considerente de rezistență. La alte elemente această situație are loc numai pe anumite zone ale lor pe care solicitările au valori foarte reduse.

La aceste elemente, pe toată lungimea lor sau numai pe zonele menționate, teoretic betonul ar putea prelua singur solicitările fără ajutorul armăturilor. Totuși, nu se lasă fără armături nici o zonă întinsă a elementelor de beton armat, pentru că este posibil ca, datorită unor eforturi date de contracția betonului, variația de temperatură sau datorită existenței unor rosturi de lucru, să apară fisuri în betonul zonei întinse, care să-i anuleze orice posibilitate de preluare a unor solicitări.

Deci se calculează aria de armătură necesară, respectiv procentul de armare, ca și cînd betonul zonei întinse ar fi fisurat, respectîndu-se următoarele indicații:

— dacă din calcul rezultă un procent de armare mai mic sau egal cu 0,045%, se adoptă cel puțin 0,05%;

— dacă din calcul rezultă un procent de armare mai mare sau egal cu 0,085%, se ia cel puțin 0,10%;

— pentru valori intermediare ale procentului de armare, rezultate din calcul, se iau valorile sporite conform datelor din tabelul 6.2.

Tabelul 6.2

Valorile minime ale procentului de armare longitudinală

μ (%) rezultat din calcul	0,045	0,05	0,06	0,07	0,08	0,085
μ (%) care se adoptă	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10

Pentru procente de armare egale sau mai mari decît 0,10%, se adoptă valorile obținute din calcul (fără majorări). Uneori, procentele de armare reale depășesc pe cele minime și datorită necesității de respectare a unor norme constructive privitoare la diametrele minime ale barelor, numărul minim de bare pe secțiune etc.

Armăturile corespunzătoare procentelor de armare sub 0,10% nu participă, în general, la preluarea solicitărilor, ci numai întîmplător, în secțiunile unde betonul întins, din anumite motive, este deja fisurat (sau, cum se mai spune, prefisurat); de aceea se numesc și armături de siguranță, în sensul că intră în lucru numai dacă, eventual, apare necesitatea.

APLICAȚIA 6.1

Să se dimensioneze armătura unei grinzi cu secțiunea dreptunghiulară avînd $b=20$ cm, $h=50$ cm, realizată din beton B 200 și oțel PC 52, știind că valoarea de calcul a momentului încovoietor este $M=100$ kNm.

$a=3{,}5$ cm (barele pe un singur rînd);

$h_0=h-a=50-3{,}5=46{,}5$ cm;

$$B=\frac{M}{b\cdot h_0^2}=\frac{1\,000\,000}{20\cdot 46{,}5^2}=23{,}12.$$

Scanned with OKEN Scanner

Din tabelul 11 (anexă) rezultă că pentru PC 52 și B 200 (coloana c), $B_{max}=40{,}0$. Întrucît $B<B_{max}$, se poate folosi tabelul 11 (anexă) din care pentru $B=23{,}12$, rezultă $\mu=0{,}928$ sau $\gamma=0{,}860$.

Aria de armătură, care constituie necunoscuta problemei, se poate determina prin intermediul procentului de armare μ sau a coeficientului γ, astfel:

$$A_a=\mu\%\, b\cdot h_0=\frac{0{,}928}{100}\cdot 20\cdot 46{,}5=8{,}63\ \text{cm}^2;$$

$$A_a=\frac{M}{\gamma h_0\cdot R_a}=\frac{1\,000\,000}{0{,}860\cdot 46{,}5\cdot 2\,900}=8{,}63\ \text{cm}^2.$$

La alegerea barelor de armătură se ține seama de faptul că în lățimea de 20 cm a grinzii, pe un singur rînd, încap cel mult 4 bare ∅ 20.

Pentru acoperirea ariei de 8,63 cm², combinația cea mai potrivită constă din:

$$3\,\varnothing 16=3\cdot 2{,}01=6{,}03\ \text{cm}^2$$

$$1\,\varnothing 18=1\cdot 2{,}54=\frac{2{,}54\ \text{cm}^2}{8{,}57\ \text{cm}^2}.$$

Diferența dintre aria de armătură necesară (8,63 cm²) și cea efectivă (8,57 cm²) este suficient de mică încît să poată fi considerată neglijabilă.

Modul de dispunere a armăturii pe secțiune se vede pe figura 6.1.

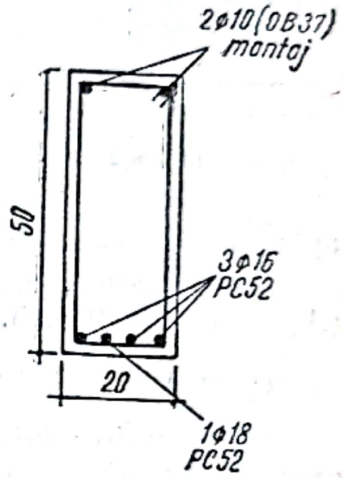


Fig. 6.1

APLICAȚIA 6.2

Să se dimensioneze secțiunea de beton armat a unei grinzi realizate cu beton B 300, armată cu oțel PC 60, solicitată la un moment încovoietor cu valoare de calcul $M=250$ kN·m.

Se alege procentul de armare, $\mu=1{,}0\%$.

Din tabelul 13 (anexă), pentru PC 60, B 300 și $\mu=1{,}0\%$, rezultă $r=0{,}183$.

Se alege $b=25$ cm și rezultă înălțimea utilă:

$$h_0=r\sqrt{\frac{M}{b}}=0{,}183\sqrt{\frac{2\,500\,000}{25}}=58\ \text{cm}$$

$$h=h_0+a=58+3{,}5=61{,}5\ \text{cm}.$$

Se rotunjește valoarea obținută pentru h la un multiplu întreg de 5 cm, cel mai apropiat de rezultatul obținut din calcul. Astfel laturile secțiunii sînt: $b=25$ cm; $h=60$ cm.

Aria de armătură, $A_a=\mu\%\, bh_0=\frac{1{,}0}{100}\cdot 25\cdot 56{,}5=14{,}12\ \text{cm}^2$.

Scanned with OKEN Scanner

Se reface calculul pentru determinarea ariei de armătură pornind de la dimensiunile adoptate după rotunjire: $b=25$; $h=60$ cm. Calculul în această etapă urmează drumul parcurs în aplicația 6.1.

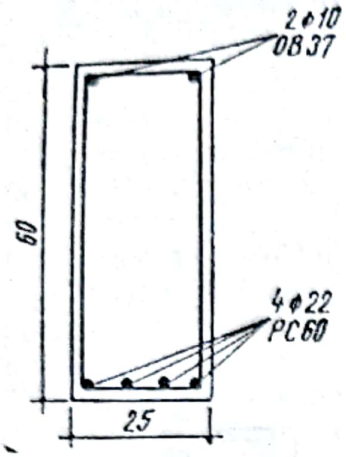


Fig. 6.2

$$h_0=h-a=60-3{,}5=56{,}5 \text{ cm};$$

$$B=\frac{M}{bh_0^2}=\frac{2\,500\,000}{25\cdot 56{,}5}=31{,}3.$$

Din tabelul 12 (anexă) rezultă $\mu=1{,}06\%$ și

$$A_a=\mu bh_0=\frac{1{,}06}{100}\cdot 25\cdot 56{,}5=14{,}95 \text{ cm}^2.$$

Eroarea săvîrșită la determinarea ariei de armătură prin rotunjirea valorii lui h este valoric de $(14{,}95-14{,}12)=0{,}83$ cm² și procentual, de 6%.

O astfel de eroare nu poate fi în principiu acceptată, de aceea la probleme de tipul celei din aplicația 6.2, calculul trebuie efectuat în două etape.

Pentru armarea secțiunii se pot adopta 4 bare de armătură Ø 22 ($A_{a,\,efectiv}=15{,}20$ cm²). Detaliul de armare este dat în figura 6.2.

Observații

1. Rotunjirea lui h se face adoptînd cea mai apropiată valoare, inferioară sau superioară, celei obținute din calcul, multiplu întreg de 5 cm.

2. Cînd valoarea obținută din calcul este chiar la jumătatea unui interval de 5 cm, rotunjirea se poate face în egală măsură spre valoarea inferioară sau cea superioară. În acest caz este obligatoriu calculul în două etape, întrucît eroarea la stabilirea ariei de armătură ar fi prea mare. Un exemplu în acest sens este analizat în aplicația 6.2.

APLICAȚIA 6.3

O grindă de beton armat cu secțiunea dreptunghiulară este supusă unui moment încovoietor cu valoarea de calcul de 85,71 kN·m. Grinda se realizează din beton B 150 și oțel OB 37.

Se cere să se determine dimensiunile secțiunii transversale b, h și aria de armătură A_a.

Se alege procentul de armare, $\mu=1\%$.

Din tabelul 13 (anexă) pentru OB 37, B 150 și $\mu=1\%$, rezultă $r=0{,}237$.

Se alege $b=20$ cm și rezultă înălțimea utilă:

$$h_0=r\sqrt{\frac{M}{b}}=0{,}237\sqrt{\frac{857\,100}{20}}=49 \text{ cm}.$$

Înălțimea totală a secțiunii $h=h_0+a=49+3{,}5=52{,}5$ cm.

Întrucît $h=52{,}5$ cm se află exact la jumătatea intervalului între $h=50$ cm și $h=55$ cm, se poate adopta oricare din aceste două valori.

Scanned with OKEN Scanner

Situația a. Dacă se adoptă $h=50$ cm ($h_0=50-3,5=46,5$ cm) și se păstrează procentul de armare de la plecare, $\mu=1\%$, rezultă pentru aria de armătură $A_{a1}=\frac{1}{100}\cdot 20\cdot 46,5=9,30$ cm.

Dacă se adoptă $b=20$, $h=50$ cm, dar se calculează un nou procent de armare, corespunzător acestor dimensiuni se obține:

$$B=\frac{M}{bh_0^2}=\frac{857\ 100}{20\cdot 46,5^2}=19,82.$$

Din tabelul 10 (anexă), rezultă $\mu=1,14\%$.

$$A_{a2}=\mu\%\cdot bh_0=\frac{1,14}{100}\cdot 20\cdot 46,5=10,60 \text{ cm}.$$

Alcătuirea secțiunii în această ipoteză este dată în figura 6.3, *a*.

Diferența dintre cele două arii de armătură este:

$A_{a2}-A_{a1}=10,60-9,30=1,30 \text{cm}^2$,

iar eroarea săvîrșită

$$\frac{A_{a2}-A_{a1}}{A_{a2}}=\frac{1,30}{10,60}=12,26\%.$$

Situația b. Dacă se adoptă $h=55$ cm ($h_0=55-3,5=51,5$ cm) și se păstrează procentul de armare de la plecare $\mu=1\%$, rezultă aria de armătură

$$A_{a1}=\mu\% bh_0=\frac{1}{100}\cdot 20\cdot 51,5=$$

$=10,30 \text{ cm}^2$.

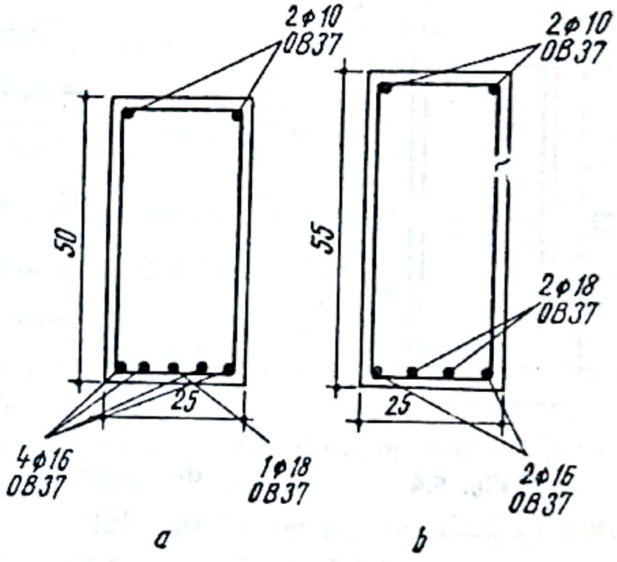


Fig. 6.3. Alcătuirea secțiunii în cele două situații din aplicația 7.3.

Dacă se adoptă $b=20$ cm și $h=55$ cm, dar se calculează procentul de armare corespunzător acestor dimensiuni, se obține:

$$B=\frac{M}{bh_0^2}=\frac{857\ 100}{20\cdot 51,5^2}=16,16.$$

Din tabelul 10 (anexă) rezultă $\mu\%=0,888\%$, iar $A_{a2}=\mu\% b\cdot h_0=$ $=\frac{0,888}{100}\cdot 20\cdot 51,5=9,15 \text{ cm}^2$.

Alcătuirea secțiunii în această ipoteză este dată în figura 6.3,*b*.

Diferența celor două arii de armătură $A_{a1}-A_{a2}=10,30-9,15=1,15 \text{ cm}^2$, iar eroarea:

$$\frac{A_{a1}-A_{a2}}{A_{a2}}=\frac{1,15}{9,15}=12,57\%.$$

Scanned with OKEN Scanner

Din cele arătate se constată că atît în situaţia *a* cît şi în situaţia *b*, dacă nu s-ar face un calcul în două etape, eroarea săvîrşită la determinarea ariei de armătură ar fi de peste 12,0%. Astfel de erori nu pot fi admise, de aceea calculul trebuie făcut în două etape după modelul din aplicaţiile (6.2) şi (6.3).

APLICAŢIA 6.4

O grindă de beton armat cu secţiunea dreptunghiulară, realizată cu beton B 200 şi oţel PC 52 are $b=25$ cm, $h=55$ cm şi aria de armătură $A_a=12{,}56$ cm² (4 ∅20). Secţiunea transversală a grinzii este redată în figura 6.4. Grinda este supusă unui moment încovoietor cu valoarea de calcul $M=158$ kN·m. Să se verifice dacă grinda poate rezista momentului încovoietor dat.

Se utilizează relaţia (6.1) în care pentru momentul capabil se foloseşte relaţia (6.2).

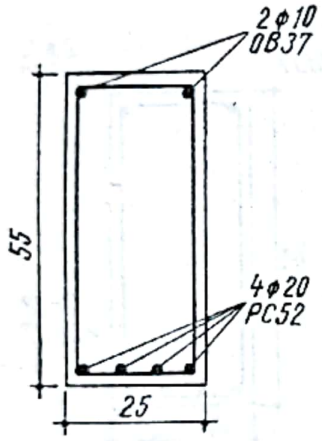


Fig. 6.4

$$M_{cap}=B\cdot b\cdot h_0^2;$$

$$h_0=h-a=55-3{,}5=51{,}5 \text{ cm};$$

$$\mu=A_a/b\cdot h_0=12{,}56/25\cdot 51{,}5=0{,}975\%.$$

Din tabelul 11 (anexă), rezultă $B=24{,}07$.

$$M_{cap}=24{,}07\cdot 25\cdot 51{,}5^2=1\,596\,000 \text{ daN}\cdot\text{cm}$$

$$M_{cap}=159{,}6 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Se constată că relaţia (6.1) este satisfăcută întrucît:

$$M=158 \text{ kN}\cdot\text{m}<M_{cap}=159{,}6 \text{ kN}\cdot\text{m},$$

deci grinda poate suporta momentul încovoietor dat.

Observaţie

În aplicaţiile 6.1...6.4 s-au rezolvat principalele tipuri de probleme de calcul la încovoiere la grinzile cu secţiune dreptunghiulară, simplu armată. Este posibil ca în aplicaţiile practice să apară şi alte tipuri de probleme, funcţie de mărimile necunoscute fixate prin enunţul acestor probleme. Astfel, de exemplu, s-ar putea cere determinarea înălţimii zonei comprimate x, determinarea lăţimii b, în cazul unei înălţimi h date etc.

Oricare ar fi necunoscuta, problema se rezolvă pe baza relaţiei (6.1) în care se adoptă pentru membrul drept (M_{cap}) una din relaţiile (6.2), (6.3) sau (6.4). În anumite împrejurări este posibil să fie necesară utilizarea relaţiei referitoare la înălţimea zonei comprimate sau a relaţiei (6.15) referitoare la procentul maxim de armare.

Necesitatea utilizării acestor relaţii apare, de obicei, atunci cînd se folosesc materiale (oţel şi beton) pentru care nu s-au întocmit tabele ajutătoare de tipul celor din anexă (10...13), deci cînd apar tipuri noi de oţeluri sau mărci de betoane, diferite de cele standardizate, şi cînd trebuie determinată limita de simplă armare, respectiv μ_{max} prin intermediul lui ξ_{lim} şi a rezistenţelor de calcul ale celor două materiale.

Scanned with OKEN Scanner

APLICAȚIA 6.5

Să se determine ariile necesare de armătură în cîmp și pe reazeme pentru placa armată pe două direcții din aplicația 5.3. Placa se realizează din beton B 200 și se armează cu oțel PC 60.

Întrucît grosimea plăcii nu este dată, se determină grosimea necesară pornind de la condiția ca în secțiunea cu moment încovoietor maxim (secțiunea de pe reazem pe direcția *1* în care $M_1'=2\,414$ daN·m/m), procentul de armare să nu depășească valoarea maximă admisă la plăci de 0,8...1,0%.

Pornind de la $\mu=0{,}8\%$, din relația 6.12 rezultă înălțimea utilă a plăcii

$$h_0=r\sqrt{\frac{M}{b}}.$$

Întrucît la plăci calculul se efectuează pe fîșii de lățime unitară, înseamnă că $b=100$ cm.

Din tabelul 13 (anexă), pentru $\mu=0{,}8\%$, beton B 200 și oțel PC 60, rezultă $r=0{,}207$.

Valoarea înălțimii utile a plăcii rezultă:

$$h_0=0{,}207\sqrt{\frac{241\,400\text{ daN}\cdot\text{cm/m}}{100}}=10{,}17\text{cm}.$$

Înălțimea secțiunii (grosimea plăcii) se determină cu relația:

$$h_p=h_0+a=10{,}17+2{,}0=12{,}17\text{ cm}.$$

Grosimea plăcii se rotunjește la 12 cm.

Pentru calculul înălțimii utile a plăcii în diferite secțiuni sînt necesare următoarele precizări:

— la plăci cu grosimea mai mare de 10 cm stratul de acoperire cu beton a armăturii de pe primul rînd este de 1,5 cm;

— considerînd că diametrul armăturilor folosite pe primul rînd este d_1, rezultă că înălțimea utilă pentru armăturile de pe primul rînd este

$$h_{0.1}=h_p-1{,}5-\frac{d_1}{2},$$

iar pentru armăturile de pe rîndul al doilea:

$$h_{0.2}=h_p-1{,}5-d_1-\frac{d_2}{2}.$$

Semnificația mărimilor din aceste relații rezultă din figura 6.5:

— armătura pentru momente negative pe reazeme se așază totdeauna pe primul rînd (de sus), deci înălțimea utilă corespunzătoare este totdeauna $h_{0.1}$;

— pentru a lucra cu braț de pîrghie mai mare, armătura din cîmp paralelă cu latura scurtă a panoului de placă se montează pe primul rînd (de jos), deci pentru determinarea ei se introduce în calcule înălțimea utilă a secțiunii $h_{0.1}$.

Evident, armătura paralelă cu latura lungă a panoului se montează pe rîndul doi (de jos), deci la determinarea ei se utilizează $h_{0.2}$.

Scanned with OKEN Scanner

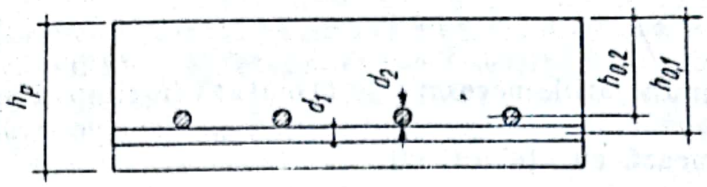


Fig. 6.5

Pentru placa de 12 cm grosime considerînd, convenţional, că armăturile folosite au diametre egale $d_1=d_2=10$ mm, rezultă pentru înălţimile utile valorile:

$$h_{0,1}=12-1{,}5-0{,}5=10 \text{ cm}. \quad h_{0,2}=12-1{,}5-1{,}0-0{,}5=9 \text{ cm}.$$

Calculul ariilor necesare de armătură în cîmp şi pe reazeme se poate sistematiza într-un tabel în care se determină mai întîi

$$B=\frac{M}{bh_0^2}=\frac{M}{100\,h_0^2}.$$

Apoi, din tabelul 12 (anexă), pentru valorile lui B se scot valorile procentului de armare μ. În final se determină aria necesară de armătură pentru fişia unitară considerată (adică pentru un metru de lăţime de placă):

$$A_a=\mu(\%)bh_0=\frac{\mu}{100}\cdot 100\cdot h_0=\mu\cdot h_0.$$

Pe baza celor arătate s-au determinat ariile necesare de armătură din tabelul 6.3.

Tabelul 6.3

Sistematizarea calculului pentru ariile necesare de armătură din aplicaţia 6.5, pentru $h_p=12$ cm

Secţiunea	Momentul	h_0	B	μ%	$A_{a,nec}$/m
1	$M_1=1\,121$	10	11,21	0,352	3,52
1'	$M_1'=2\,414$	10	24,14	0,834	8,34
2	$M_2=\ 500$	9	6,17	0,188	1,69
2'	$M_2'=1\,071$	10	10,71	0,245	2,45

În calculele de proiectare a elementelor de beton armat, procentul de armare μ este o mărime sintetică prin care se verifică economicitatea soluţiei de dimensionare adoptate.

La plăci, soluţia optimă de dimensionare corespunde unui procent mediu de armare în jur de 0,5%.

Din examinarea coloanei μ din tabelul 6.3 rezultă că, în afară de secţiunea de reazem de pe direcţia *1*, în care procentul de armare are o valoare apropiată de cea maximă ($\mu=0{,}834\%$), în celelalte secţiuni valorile procentului de armare sînt foarte reduse. Apare indicat să se adopte o grosime mai mică a plăcii (cu 1...2 cm), pentru a spori procentele de armare (cu riscul ca în secţiunea *1'* să fie depăşit procentul maxim economic considerat a fi 0,8...0,9%). În acest sens se reface calculul pornind de la grosimea plăcii $h_p=10$ cm.

La plăci cu grosimea $h_p\leqslant 10$ cm, stratul de acoperire cu beton a armăturilor de pe primul rînd se consideră de 1 cm; deci, pentru înălţimea utilă a secţiunii rezultă: $h_{0,1}=8{,}5$ cm şi $h_{0,2}=7{,}5$ cm.

Calculul este sistematizat în tabelul 6.4.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 6.4

Sistematizarea calculului pentru ariile necesare de armătură din aplicaţia 6.5, pentru $h_p=10$ cm

Secţiunea	Momentul daN·m/m	l_0	B	η_i%	$A_{a,nec}$/m
1	$M_1=1\,121$	8,5	15,52	0,502	4,27
1'	$M_1'=2\,414$	8,5	33,41	1,273	10,82
2	$M_2=\ 500$	7,5	8,89	0,275	2,06
2'	$M_2'=1\,071$	8,5	14,82	0,477	4,05

În acest caz, procentul de armare în secţiunea *1'* este mare (în afara valorilor uzuale maxime admise la plăci), dar celelalte trei valori sînt în domeniul de optimum al dimensionării.

Armarea panoului de placă se poate realiza cu plase legate sau cu plase sudate, respectînd prescripţiile de alcătuire constructivă şi armare date în manualul „Beton armat", capitolul II, subcapitolele D.2 şi D.3.

Pentru armarea cu plase legate schema de armare se dă în figura 6.6. Pe figură s-au trecut numai barele de rezistenţă pe cele două direcţii. Nu s-au trecut barele de repartiţie pentru a nu complica desenul.

În legătură cu armarea din figura 6.6 se fac următoarele observaţii:

1) Pentru realizarea armării s-au utilizat numai două diametre distincte (de 8 şi 10 mm), pentru armăturile de rezistenţă.

2) La partea inferioară pe zona centrală a panoului nu sînt necesare bare de repartiţie, întrucît există bare de rezistenţă pe două direcţii şi ele îndeplinesc şi rolul de montaj şi de repartiţie.

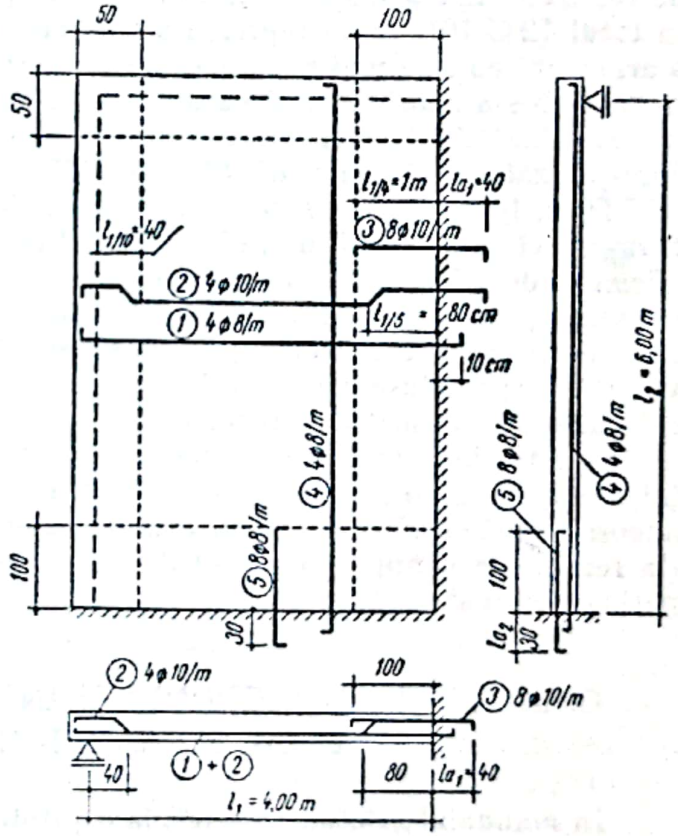


Fig. 6.6

3) Barele de repartiţie sînt necesare în primul rînd la partea superioară, paralel cu reazemele încastrate, pe fîşii de cîte 1 m lăţime, adică atît cît este lungimea călăreţilor de marcă ③ sau ⑤ către interiorul plăcii. Pe aceste benzi sînt suficiente cîte trei bare de repartiţie de 6 mm diametru. La partea inferioară sînt necesare bare de repartiţie numai pe benzile marginale paralele cu laturile conturului.

Scanned with OKEN Scanner

4) Potrivit prevederilor constructive de la plăcile armate pe două direcții (a se vedea manualul „Beton armat", figura II.23 și explicațiile ce o însoțesc), este posibil ca, pe fiecare direcție, aria armăturii pe metru de lățime de la partea inferioară, la fîșiile marginale, să se reducă la jumătate față de aria corespunzătoare din centrul panoului pentru direcția considerată.

Lățimea fîșiilor pe care se face reducerea ariei de armătură de la partea inferioară este de:

$l_{min}/4$ — paralel cu reazemele încastrate;
$l_{min}/8$ — paralel cu reazemele simplu rezemate.

Cum $l_{min}=l_1=4$ m, rezultă că cele două fîșii pe care se poate face reducerea au lățimea de 1 m, paralel cu laturile încastrate, și 0,50 m, paralel cu cele simplu rezemate. Pe figura 6.6 s-au marcat cu linie întreruptă limitele fîșiilor marginale pe care se poate reduce la jumătate aria armăturilor de la partea inferioară a plăcii. Pe direcția lățimii l_2, reducerea se obține prin întreruperea montării barelor ridicate (marca 2) pe aceste zone marginale.

5) Întrucît deasupra reazemului încastrat de pe direcția *1* aria necesară de armătură a rezultat foarte mare, s-a realizat o anumită redistribuție între armătura pe reazem și cea din cîmp. Astfel, pe reazem, în locul ariei necesare de 10,82 cm²/m s-a dispus numai aria corespunzătoare mărcilor ② și ③, adică în total 12 Ø 10/m care reprezintă 9,42 cm²/m. Deci, pe reazem s-a prevăzut o armătură cu aria mai mică decît cea necesară cu (10,82—9,42=1,40 cm²/m), în schimb s-a sporit aria de armătură în cîmp, pe direcția *1*, de la valoarea necesară de 4,27 cm²/m (v. tabelul 6.4) la valoarea de 5,15 cm²/m, adică aria corespunzătoare barelor de (4 Ø8+4 Ø10)/m.

Deci, în cîmp aria suplimentară este de 5,15—4,27=0,88 cm²/m. Armătura din cîmp lucrează mai eficient decît cea de pe reazem, cu un coeficient de eficiență de 1,5 și se poate admite că armătura suplimentară din cîmp compensează lipsa armăturii de pe reazem. Acest procedeu de compensare a ariilor de armătură între reazeme și cîmpuri se utilizează adesea (în limitele unor valori relativ reduse ale cotei de compensare) în vederea obținerii unei armări raționale sub aspect constructiv.

6) Atît la reazemele simple cît și la reazemele încastrate, armăturile întinse trebuie trecute dincolo de fața reazemului cu lungimea necesară de ancoraj egală cu 15 diametre de armătură, pentru barele de la partea inferioară (la reazemele simple), și cu 30 diametre, pentru armătura de la partea superioară la reazemele încastrate.

C. ELEMENTE CU SECȚIUNEA TRANSVERSALĂ DE ALTĂ FORMĂ DECÎT CEA DREPTUNGHIULARĂ

În manualul „Beton Armat", la capitolul II. A. 1, figura II. 2 s-au arătat formele curente întîlnite în practică ale secțiunilor transversale la elementele încovoiate. Din figură se vede că pe lîngă forma dreptunghiulară apar frecvent secțiuni de formă T sau dublu T, într-o mare varietate de tipuri (a se vedea secțiunile numerotate de la 5 la 12). În afară de acestea, pentru calcul se reduc la forma de T și alte secțiuni dintre cele reprezentate pe figura II. 2 din manual, cum sînt 14, 15, 20, 21 și 23.

În cazurile exemplificate la numerele 20 și 21 sînt prezentate planșee monolite la care grinda are formă dreptunghiulară, dar este legată solidar cu placa și astfel, împreună, determină o formă constructivă care, pentru calcul, se reduce la aceea de T.

Scanned with OKEN Scanner

În principiu o secțiune în formă de T este alcătuită din două părți: o parte numită inimă și cealaltă numită talpă. Dacă secțiunea are o inimă și două tălpi (una la partea superioară, iar alta la partea inferioară), secțiunea se numește dublu T (exemplu tipurile 7, 8, 12 din figura II. 2 din manual).

Este posibil să existe secțiuni de elemente cu o singură talpă și mai multe inimi, ce de exemplu, în figura II. 2, tipurile 10 și 11. Aceste secțiuni poartă denumiri proprii. Astfel secțiunea tip 10 se numește π iar secțiunea tip 11, secțiune de cheson sau secțiune chesonată. Un caz aparte de secțiune chesonată este cel din figura II.2, tip 19, care se întîlnește la plăcile curbe subțiri. În sfîrșit, se întîlnesc și secțiuni care au două tălpi și două sau mai multe inimi. În această categorie intră tipurile 14, 15, 23.

Atît inima cît și tălpile pot fi cu grosimea constantă sau variabilă, în principiu orice combinație a acestor elemente fiind posibilă.

Oricare ar fi forma secțiunii, în T sau dublu T, esențial pentru calculul de rezistență este faptul că, atunci cînd talpa se află în zona comprimată a secțiunii ea sporește aria și deci capacitatea de rezistență a acestei zone.

Dacă talpa secțiunii se află în zona întinsă, ea nu influențează capacitatea portantă a grinzii, pentru că atît în stadiul de exploatare cît și în cel de rupere, betonul zonei întinse este fisurat și scos din lucru.

Pentru calculul de rezistență al elementelor încovoiate cu secțiunea în formă de T, trebuie precizate elementele geometrice ale secțiunii (fig. 6.7).

Așa cum rezultă din figură, elementele caracteristice ale secțiunii sînt:

h este înălțimea secțiunii, respectiv h_0 înălțimea utilă;

b — lățimea inimii;

h_p — grosimea tălpii (sau grosimea plăcii);

b_p — lățimea tălpii (sau plăcii);

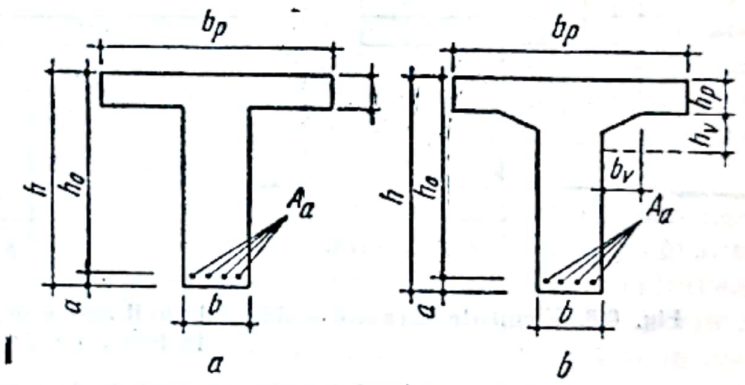


Fig. 6.7. Elementele geometrice caracteristice de alcătuire la secțiunile în formă de T.

h_v — înălțimea vutei (racordării talpă-inimă);

b_v — lățimea vutei (racordării talpă-inimă).

Referitor la lățimea tălpii b_p sînt necesare anumite precizări.

Din punctul de vedere al lățimii tălpii b_p, precum și al raportului între lățimea tălpii b_p și grosimea ei h_p, secțiunile în formă de T din figura II..2 se pot împărți în trei categorii:

a) Secțiuni cu talpa groasă și relativ îngustă (raportul b_p/h_p relativ mic); de exemplu tipurile 5, 7, 8, 12, 15.

b) Secțiuni cu talpa lată și relativ subțire (la care raportul b_p/h_p este relativ mare); de exemplu tipurile 9, 10, 11.

c) Secțiuni la care talpa are lățimea b_p *nedefinită*, ea fiind constituită de placa planșeului care este un element continuu (la planșeele monolite); de exemplu tipurile 20 și 21.

Scanned with OKEN Scanner

La secțiunile din categoria *a*, toată talpa participă la lucrul de ansamblu al secțiunii la încovoiere, deci toată lățimea b_p a tălpii este activă.

La secțiunile din categoriile *b* și *c*, de regulă nu toată placa conlucrează cu inima la preluarea momentului încovoietor ci numai o parte, a cărei lățime, denumită *lățime activă*, și notată cu b_p, depinde de o serie de factori, și anume:

— de faptul dacă grinda aparține unui ansamblu (adică este legată cu altele în cadrul unui planșeu) sau este independentă (de exemplu grindă prefabricată cu placa în consolă de o parte și alta a inimii);

— de raportul între lungimea caracteristică a grinzii, l_c, și înălțimea secțiunii (l_c/h);

— de raportul între grosimea tălpii și înălțimea secțiunii (h_p/h).

Prin lungimea caracteristică se înțelege distanța între punctele de moment încovoietor nul ale diagramei de momente pentru o ipoteză de încărcare dată.

Lățimea activă a plăcii, b_p, care se introduce în calculul de rezistență al grinzilor cu placa în zona comprimată se ia egală cu lățimea reală a plăcii,

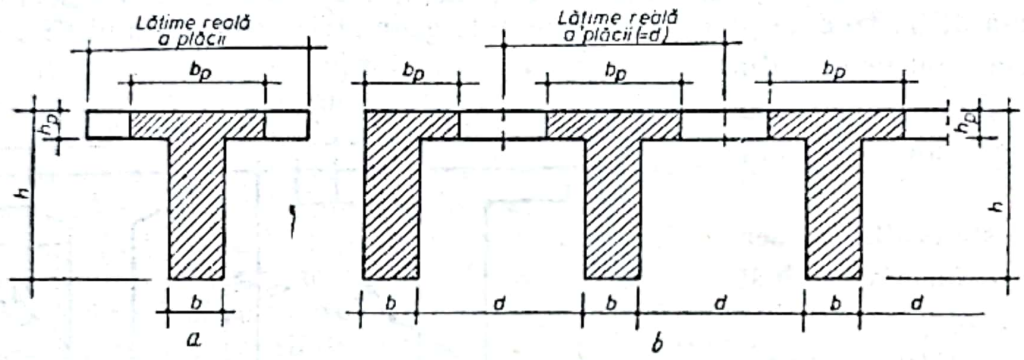


Fig. 6.8. Elemente necesare stabilirii lățimii active de placă la grinzile cu secțiune în formă de T:

a — grindă independentă (cu placa în consolă de o parte și de alta a inimii); *b* — grinzi legate între ele prin intermediul plăcii în cadrul unui planșeu monolit.

dar nu mai mult de valoarea care rezultă adăugînd la lățimea *b* a inimii, de fiecare parte, $\frac{1}{6} l_c$. În general această recomandare duce la lățimi active prea mari, de aceea nu se ține seama de ea în calculele de proiectare.

Deși normele de calcul dau indicații mai ample, pentru toate tipurile de grinzi întîlnite în practică, se poate admite că, pentru aplicațiile practice curente, este suficientă și are caracter acoperitor recomandarea ca, pentru determinarea lățimii active, să se ia, de o parte și alta a inimii, cîte șase grosimi de placă; astfel se obține:

$$b_p = b + 12\, h_p. \tag{6.16}$$

Lățimea activă a plăcii astfel determinată este, în general, mai mică decît lățimea ei reală, atît la grinzile independente cu placa lată și subțire (fig. 6.8, a) cît și la grinzile care fac parte din planșee monolite (fig. 6.8, *b*).

Relația (6.16) este valabilă și pentru cazul în care placa are grosime variabilă. În acest caz se introduce în relație grosimea medie a plăcii ($h_{p\ med}$).

Scanned with OKEN Scanner

Funcție de lățimea activă a plăcii b_p și de mărimea momentului încovoietor M, înălțimea x a zonei comprimate a secțiunii poate fi mai mică, egală sau mai mare ca grosimea plăcii h_p.

b. **Dimensionarea elementelor.** În raport cu poziția relativă a axei neutre se disting două cazuri care diferă între ele numai prin modul de organizare a calculului de rezistență.

Cazul I. Axa neutră în stadiul III traversează secțiunea prin placă ($x<h_p$).

Elementele de calcul corespunzătoare acestui caz rezultă din figura 6.9.

Din figură rezultă că forma zonei comprimate este dreptunghiulară, cu lățimea b_p și înălțimea x.

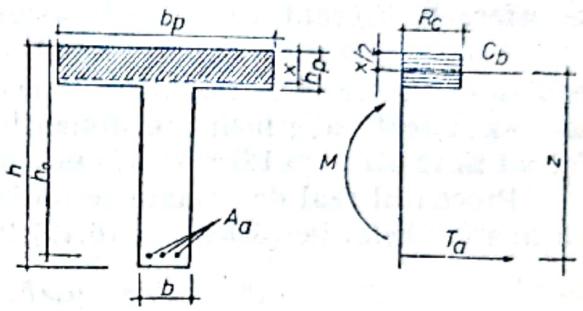


Fig. 6.9. Secțiune în formă de T cu axa neutră în placă ($x<h_p$).

Comparînd figura 6.9 cu figura II. 11, din manual se constată că între ele nu-i nici o diferență de principiu. Singura diferență formală este că în figura II. 11 lățimea zonei comprimate este b, iar în figura 6.9 este b_p.

De aici se poate trage concluzia că secțiunea în formă de T, simplu armată, cu axa neutră în placă ($x<h_p$), care face obiectul cazului I, se calculează la fel ca secțiunea dreptunghiulară simplu armată, înlocuind numai lățimea b cu b_p. Acest lucru este valabil atît în probleme de dimensionare, cît și de verificare. Sînt totuși necesare unele precizări.

În primul rînd trebuie precizat că în problemele practice se cunosc elementele geometrice b, h, b_p, h_p și, în general, toate particularitățile de alcătuire ale secțiunii de beton, respectiv faptul dacă grinda are secțiunea în formă de T sau de dublu T, dacă inima și talpa comprimată au grosime constantă sau variabilă, dacă există vute de racordare între talpă și inimă și dimensiunile lor etc. Astfel singura necunoscută a problemei este aria de armătură întinsă A_a.

Pentru calcul se aplică relația generală (6.1) în care pentru capacitatea portantă se folosește relația (6.2), în care locul lui b îl ia b_p; rezultă:

$$B=\frac{M}{b_p \cdot h_0^2}. \tag{6.17}$$

Cu valoarea lui B rezultată din relația (6.17) și cu ajutorul tabelelor 10, 11 și 12 din anexă, se determină procentul de armare μ și apoi aria de armătură:

$$A_a=\mu \cdot b_p \cdot h_0. \tag{6.18}$$

A doua precizare ce trebuie făcută este în legătură cu procentul de armare μ și cu relația (6.18).

Pentru că lățimea de calcul a secțiunii b_p este uneori mare, procentul de armare μ rezultă de valoare relativ mică, uneori chiar sub valoarea minimă de la care încep tabelele anexe, fapt ce împiedică folosirea acestor tabele. În astfel de situații nu este admis să se adopte valoarea minimă din tabele a procentului de armare, pentru că acest fapt determină un consum

Scanned with OKEN Scanner

de oțel mai mare decît cel strict necesar. Se efectuează un calcul în a doua etapă cu ajutorul relației (6.17) în care se reduce arbitrar lățimea activă b'_p pînă ce se obține o valoare B' care se găsește în tabel, respectiv B_{min} căruia îi corespunde procentul de armare minim μ_{min}. Aria de armătură necesară se determină cu relația:

$$A_a = \mu_{min} \cdot b'_p \cdot h_0. \tag{6.19}$$

A treia precizare în legătură cu calculul secțiunii în formă de T în cazul I se referă la procentul ei real de armare.

Procentul real de armare nu este cel care intră în relația (6.18) sau (6.19), pentru că acesta se referă la secțiunea convențională de calcul b_p, h_0, pe cînd secțiunea reală a grinzii are dimensiunile b, h_0. Astfel procentul de armare folosit în relațiile (6.18) și (6.19) poate fi denumit procent de armare fictiv μ_f.

Procentul real de armare se obține raportînd aria de armătură obținută cu una din relațiile (6.18) sau (6.19) la aria utilă reală a secțiunii, $b \cdot h_0$, deci:

$$\mu_{real} = \frac{A_a}{bh_0} = \frac{\mu_f \cdot b_p \cdot h_0}{b \cdot h_0} = \mu_f \frac{b_p}{b}. \tag{6.20}$$

La o grindă cu secțiunea T, în cazul I de calcul, procentul real de armare este de atîtea ori mai mare decît cel fictiv de cît este mărimea raportului b_p/b, care, de regulă, este cuprins între 3 și 10. Astfel, un procent de armare fictiv de 0,1%, la grinzile planșeelor monolite, în secțiunile cu moment încovoietor pozitiv, unde placa se află în zona comprimată și la care raportul b_p/b este cuprins între 8 și 10, devine un procent real egal cu: $\mu_{real} = \frac{b_p}{b} \mu_{fictiv} =$

$= (8...10) \frac{0,1}{100} = 0,8...1,0\%$, adică un procent optim.

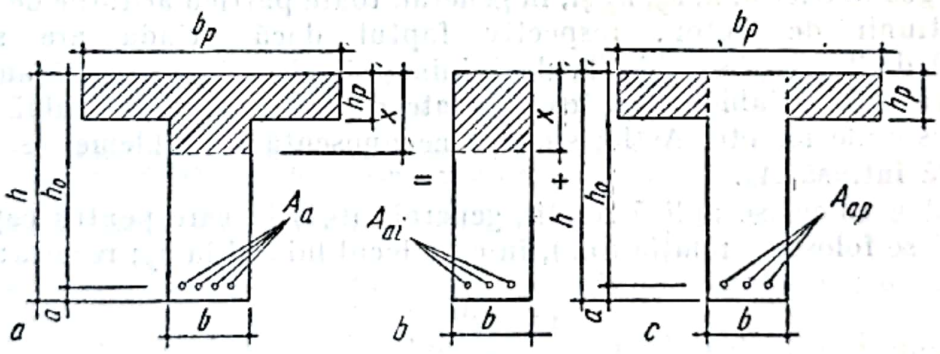


Fig. 6.10

Cazul II de calcul al elementelor încovoiate cu secțiunea în T. În acest caz axa neutră în stadiul III transversează secțiunea prin inimă și ca urmare forma zonei comprimate a secțiunii are ea însăși formă de T (fig. 6.10, *a*).

În acest caz, calculul capacității portante a secțiunii implică, în principiu, determinarea rezultantei eforturilor de compresiune în beton C_b, atît ca mărime cît și ca poziție, precum și stabilirea brațului de pîrghie z, respectiv distanța de la rezultanta C_b la rezultanta T_a. În felul acesta capacitatea portantă se exprimă ca fiind produsul $C_b \cdot z$ sau $T_a \cdot z$.

În practică nu se folosește această cale din cauza unor complicații ce apar la efectuarea calculelor, ci se descompune secțiunea reală în două secțiuni,

Scanned with OKEN Scanner

fiecare în parte avînd zona comprimată de formă dreptunghiulară (v. fig. 6.10, *b* şi *c*). Astfel, secţiunea în T cu axa neutră în inimă devine echivalentă cu suma a două secţiuni, avînd fiecare formă dreptunghiulară. Detalierea acestui caz depăşeşte cadrul prezentei lucrări.

APLICAŢIA 6.6

Să se determine aria necesară de armătură întinsă A_a, pentru o grindă de beton armat cu secţiunea în formă de T, supusă unui moment încovoietor a cărui valoare de calcul este $M=150$ kN·m, ştiind că grinda aparţine unui planşeu monolit cu alcătuirea, în secţiune transversală, conform figurii 6.11. Din figură rezultă că: $b=25$ cm, $h=60$ cm şi $h_p=8$ cm. Se utilizează beton B 150 şi oţel OB 37.

Cu ajutorul relaţiei (6.16) se determină lăţimea activă de placă:

$$b_p=b+12h_p=25+12\cdot 8=121 \text{ cm}.$$

Utilizînd relaţia (6.17) se obţine B:

$$B=\frac{M}{b_p\cdot h_0^2}=\frac{1\,500\,000 \text{ daN}\cdot\text{cm}}{121\cdot 56{,}5^2}=3{,}89.$$

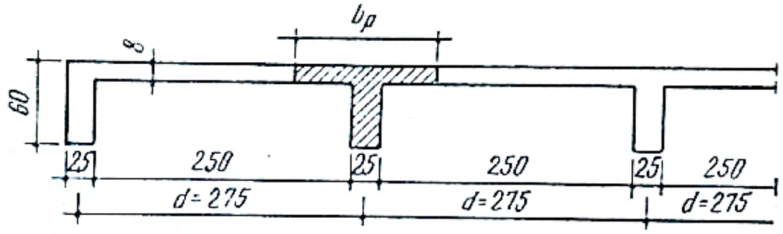


Fig. 6.11. Lăţimea de placă b_b conlucrează cu grinda determinînd o secţiune în formă de T.

Din tabelul 10 (anexă) rezultă $\mu=0{,}19\%$.

Aria de armătură întinsă se determină cu relaţia (6.18):

$$A_a=\mu b_p h_0=\frac{0{,}191}{100}\cdot 121\cdot 56{,}5=$$

$$=13{,}05 \text{ cm}^2.$$

Pentru armare se pot alege $4\varnothing 20$ ($A_{a\ efectiv}=12{,}56$ cm²); eroarea este sub 4%. Dispunerea armăturii în grindă rezultă din figura 6.12.

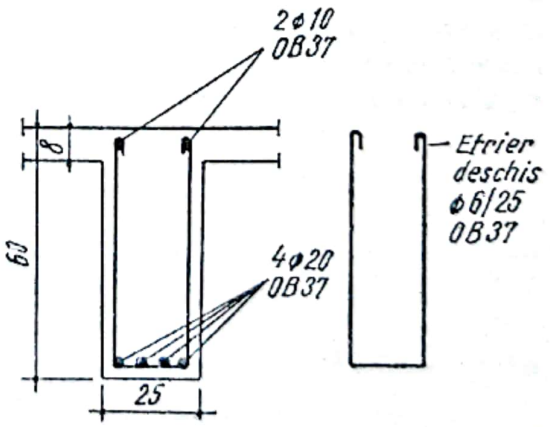


Fig. 6.12. Elementele geometrice şi armarea grinzii din aplicaţia 7.8.

Observaţii

Referitor la aplicaţia 6.6 se fac următoarele precizări şi observaţii:

1) Spre deosebire de grinzile independente cu secţiunea dreptunghiulară, unde etrierii se execută totdeauna sub formă de cadru închis, la grinzile cu secţiunea în formă de T, cu placă în zona comprimată, etrierii se execută

Scanned with OKEN Scanner

sub formă de cadru deschis (în formă de U) pentru că rolul laturii superioare (care ar închide cadrul) îl joacă armătura din placă dispusă pe direcție perpendiculară la grindă.

Cînd placa se află în zona întinsă a secțiunii (de exemplu deasupra reazemelor intermediare la grinzile continue), armătura A_a se dispune la partea superioară și, cînd sînt mai mult de 2 bare, etrierul trebuie să aibă și cea de a patra latură (cea superioară), care are rol de montaj, adică servește la legarea barelor intermediare ale armăturii întinse.

2) A doua observație referitoare la aplicația 6.6 se referă la procentul real de armare.

Procentul real de armare se determină cu relația (6.20):

$$\mu_{real}=\mu_f \frac{b_p}{b}=0{,}191 \frac{121}{25}=0{,}925\%.$$

Se constată că procentul real de armare se cuprinde în intervalul de variație al procentului optim.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 7

CALCULUL ELEMENTELOR ÎNCOVOIATE LA STAREA LIMITĂ DE REZISTENȚĂ ÎN SECȚIUNI ÎNCLINATE

A. PRECIZĂRI PRELIMINARE

În manualul „Beton armat" la capitolul II, în paragraful B.2 s-au prezentat aspectele generale de comportare a elementelor încovoiate la starea limită de rezistență în secțiuni înclinate și s-au stabilit relațiile generale de calcul care au fost aduse la forma:

$$T_a+\Sigma T_i \cos\alpha=C_b; \tag{7.1}$$

$$Q_1=\Sigma T_e+\Sigma T_i \sin\alpha+Q_b; \tag{7.2}$$

$$M_1=T_a z+\Sigma T_e\cdot z_e+\Sigma T_i\cdot z_i. \tag{7.3}$$

Pentru scrierea relațiilor de echilibru în secțiunea înclinată s-au utilizat schemele și notațiile din figura 7.1. S-a formulat, de asemenea, condiția de siguranță în secțiuni înclinate, și anume:

Pentru ca elementul să reziste în secțiunea înclinată considerată, este necesar și suficient ca fiecare dintre cele trei relații de echilibru să fie satisfăcute. S-a arătat, că pentru a fi satisfăcut sistemul relațiilor de echilibru (7.1), (7.2), (7.3) este suficient să fie satisfăcută fiecare relație în parte. S-au făcut precizările necesare cu privire la particularitățile de verificare a fiecărei relații de echilibru. A rezultat că verificarea în secțiuni înclinate se efectuează în toate cazurile și în primul rînd la acțiunea forței tăietoare, folosind relația (7.2) care se pune sub forma generală:

$$Q_1\leqslant Q_{cap}, \tag{7.4}$$

relație în care Q_1 reprezintă valoarea de calcul a forței tăietoare în secțiunea înclinată considerată, iar Q_{cap} este capacitatea portantă la forță tăietoare a elementului în aceeași secțiune înclinată.

În cele ce urmează se arată modul concret cum se efectuează verificarea în secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare.

B. VERIFICAREA ELEMENTELOR DE BETON ARMAT ÎN SECȚIUNI ÎNCLINATE LA ACȚIUNEA FORȚEI TĂIETOARE

a. **Aspecte generale.** La elementele de beton armat cu secțiunea constantă, verificarea la acțiunea forței tăietoare se face cu ajutorul relației (7.2).

Pentru folosirea practică a acestei relații sînt necesare precizările care urmează:

Scanned with OKEN Scanner

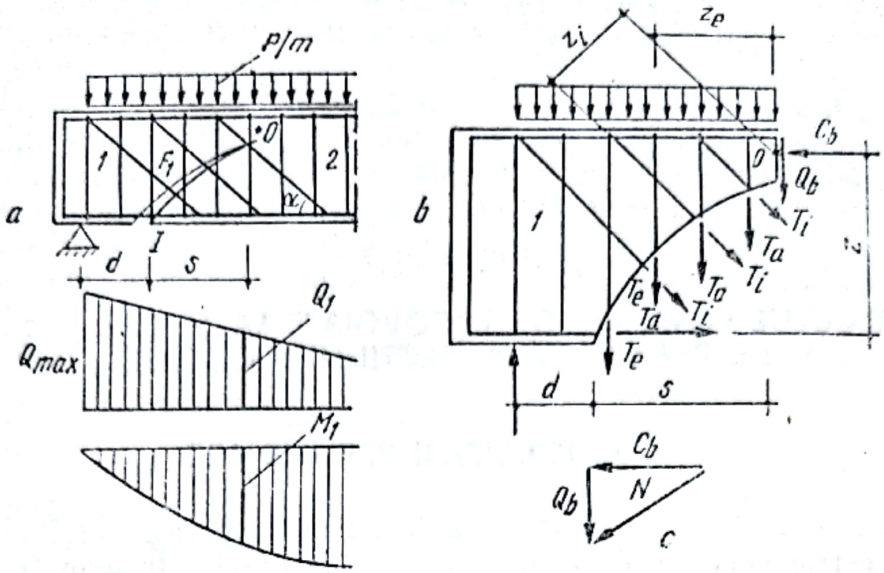


Fig. 7.1. Elemente necesare calculului elementelor încovoiate în secțiuni înclinate:

a — grinda cu fisură înclinată cu originea în punctul *I* (fisura împarte grinda în două tronsoane, *1* și *2*) ; *b* — forțele exterioare și de legătură sub acțiunea cărora tronsonul *I* se află în echilibru static ; *c* — rezultanta *N* a compresiunii în betonul zonei comprimate și componentele ei, C_b și Q_b.

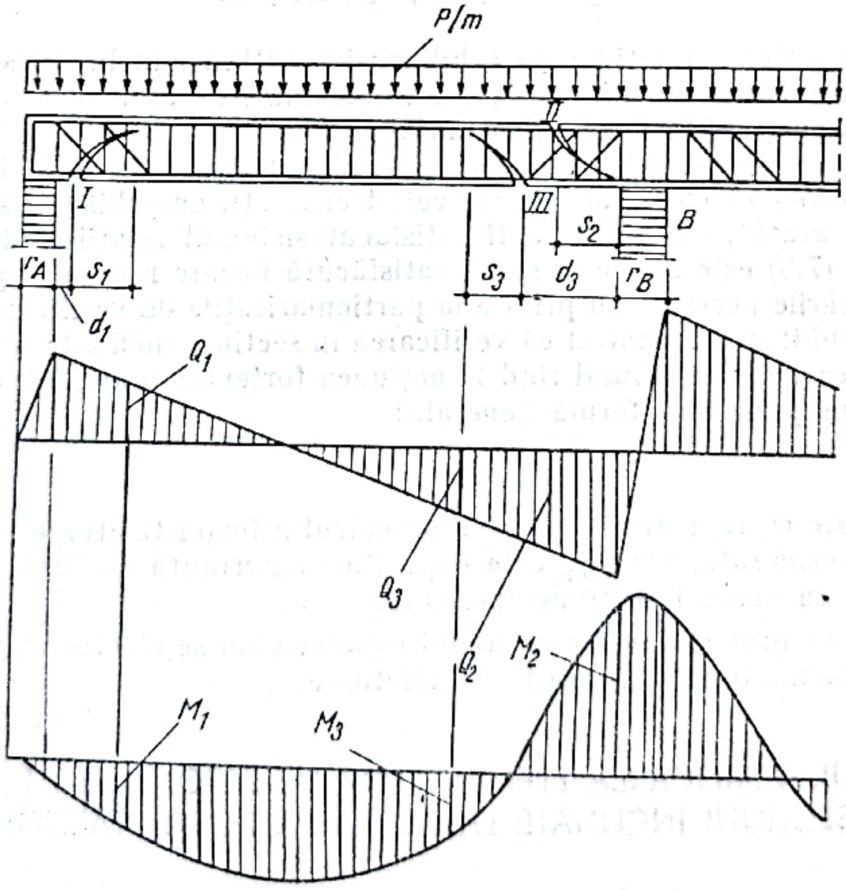


Fig. 7.2. Tipuri de fisuri înclinate la o grindă continuă de beton armat:

F_1, F_3 — fisuri cu originea la marginea inferioară a grinzii ; F_2 — fisură cu originea la marginea superioară a grinzii.

Scanned with OKEN Scanner

1) Cînd încărcarea uniform distribuită se aplică la partea superioară a elementului încovoiat, forța tăietoare care se consideră în calcul, în relația (7.2), se ia cu valoarea ei minimă pe lungimea secțiunii înclinate considerate iar momentul încovoietor cu valoarea maximă. Acest lucru rezultă din modul de scriere a relațiilor de echilibru pe secțiunea înclinată (fig. 7.1).

În figura 7.1 s-a considerat cazul unui capăt de grindă simplu rezemat, situație în care forța tăietoare minimă și momentul încovoietor maxim se află în aceeași secțiune normală, care trece prin vîrful fisurii înclinate considerate.

În figura 7.2 s-a considerat o grindă continuă, rezemată simplu pe ziduri sau stîlpi, și s-au arătat tipurile caracteristice de secțiuni înclinate pe care trebuie făcută verificarea la forță tăietoare. În diagramele de forță tăietoare și de moment încovoietor s-au indicat valorile eforturilor care se introduc în relația de verificare pentru fiecare din cele trei tipuri de fisuri înclinate, notate pe figură cu F_1, F_2 și F_3.

Se vede că pentru secțiunile înclinate de tipurile F_1 și F_3 forța tăietoare și momentul încovoietor care se introduc în relația (7.2) se găsesc pe aceeași ordonată, anume cea care trece prin vîrful fisurii înclinate. Pentru secțiunea înclinată de tip F_2, specifică reazemului de continuitate, forța tăietoare minimă corespunde originii fisurii înclinate iar momentul încovoietor maxim corespunde vîrfului acestei fisuri.

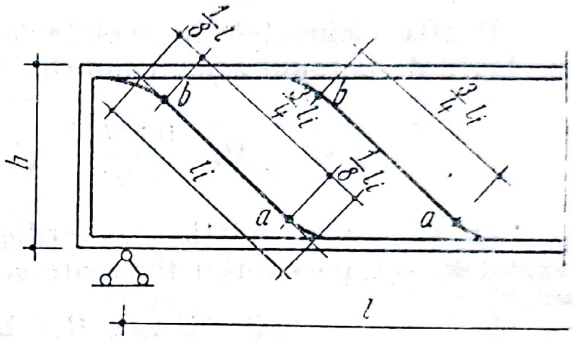


Fig. 7.3. Lungimea activă a barelor înclinate este de $\frac{3}{4} l_i$ și este cuprinsă între punctele *a* și *b*.

2) Contribuția etrierilor și a barelor înclinate la preluarea forței tăietoare, ținînd seama de expresiile lui T_e și T_i stabilite în manualul „Beton armat", capitolul II, devin:

$$\Sigma T_e = \Sigma A_e \cdot m_{at} \cdot R_a; \tag{7.5}$$

$$\Sigma T_i = \Sigma A_{ai} \cdot m_{at} \cdot R_a \sin \alpha. \tag{7.6}$$

Sumele se efectuează pe proiecția secțiunii înclinate *s*.

În legătură cu contribuția barelor ridicate la preluarea forței tăietoare trebuie făcută o precizare suplimentară și anume că nu toată lungimea înclinată l_i este activă la forță tăietoare, ci numai partea ei centrală egală cu 3/4 l_i, astfel că cele două extremități, de lungime 1/8 l_i fiecare, nu se consideră în calcul, pentru că se găsesc pe zona curbă de racordare a porțiunii înclinate cu cea longitudinală, zonă pe care înclinarea barei trece treptat de la 45° la zero (fig. 7.3).

Punctele de la capetele intervalului pe care barele înclinate sînt active la preluarea forței tăietoare s-au notat cu *a* și *b* pe figurile 7.3, 7.4 și 7.5 și pe altele care urmează.

3) Contribuția betonului zonei comprimate la preluarea forței tăietoare, notată cu Q_b, este o mărime stabilită pe baza prelucrării unui număr mare de date experimentale și are expresia:

$$Q_b = \frac{0{,}8 b h_0^2 R_t}{s_i} \sqrt{\mu} \left(1 + \frac{Q \cdot h_0}{M}\right), \tag{7.7}$$

Scanned with OKEN Scanner

în care:

$\mu = 100 \frac{A_a}{bh_0}$ este procentul de armare longitudinală în secțiunea normală care cuprinde originea fisurii înclinate considerate;

b — lățimea grinzii, respectiv lățimea inimii la secțiunile în formă de T și de I;

h_0 — înălțimea utilă a grinzii;

s_i — proiecția pe axa grinzii a secțiunii înclinate considerate; trebuie să respecte condiția $s_i \leqslant 3h_0$;

Q și M —solicitările corespunzătoare secțiunii înclinate considerate, care se iau, pentru fiecare tip de secțiune înclinată, potrivit indicațiilor din figurile 7.1 și 7.2;

R_t — rezistența de calcul la întindere a betonului.

Pentru elementele încovoiate fără armături transversale, forța tăietoare preluată de betonul zonei comprimate se determină cu relația (7.8):

$$Q_b = \frac{0{,}8bh_0^2R_t}{s_i}\sqrt{\mu\left(1+2\frac{Q\cdot h_0}{M}\right)}. \tag{7.8}$$

În concluzie, relația de verificare a elementelor încovoiate de beton armat la acțiunea forței tăietoare capătă forma:

$$Q_i \leqslant \Sigma A_e m_{at} R_a + \Sigma A_{ai} m_{at} R_a \sin\alpha + Q_{b\,i}, \tag{7.9}$$

în care i este indicele secțiunii înclinate considerate.

Relația 7.9 exprimă echilibrul la forță tăietoare pentru o secțiune înclinată oarecare, aleasă arbitrar, atît ca poziție cît și ca înclinare. Poziția secțiunii înclinate este determinată de distanța d de la fața reazemului la punctul în care secțiunea înclinată intersectează armătura de la partea inferioară a grinzii iar înclinarea este dată de lungimea s, a proiecției secțiunii înclinate pe axa elementului.

Pentru ca elementul să reziste la forță tăietoare, este necesar ca relația (7.9) să fie satisfăcută pentru orice poziție și orice înclinare a secțiunii înclinate.

Se precizează faptul că în momentul în care se face verificarea la forță tăietoare se cunosc toate elementele de alcătuire ale grinzii, adică forma și dimensiunile ei geometrice și alcătuirea carcasei de armătură (aria și poziția barelor drepte și ridicate, aria etrierilor și distanțele între etrieri, precum și alte eventuale detalii de armare care privesc alcătuirea grinzii).

O parte din elementele de alcătuire, cum ar fi laturile b și h ale secțiunii și aria armăturii longitudinale, se cunosc din calculul grinzii la încovoiere în secțiuni normale, care precede totdeauna calculul în secțiuni înclinate. O altă parte a elementelor de alcătuire cum ar fi: locul de ridicare a barelor înclinate și aria barelor care se ridică în fiecare plan înclinat, diametrul etrierilor și distanțele dintre etrieri, se aleg pe considerente constructive.

Considerentele constructive sînt, de fapt, reguli de alcătuire logică și economică deduse din experiența folosirii betonului armat și din cunoașterea, pe cale experimentală și teoretică, a comportării elementelor sub încărcări.

Alcătuirea și armarea, alese inițial pe considerente constructive, se modifică dacă verificările prin calcul o impun.

Calculul practic se face prin încercări adoptînd succesiv mai multe poziții pentru secțiunea înclinată și pentru fiecare poziție aleasă luînd toate înclinările pe care le poate avea această secțiune.

Scanned with OKEN Scanner

Astfel, pentru o anumită poziție aleasă, de exemplu pentru punctul de la fața interioară a reazemului simplu notat cu *I* (fig. 7.4) este necesar să se facă verificarea relației (7.9) pentru toate secțiunile înclinate numerotate, pe figura amintită, de la 1 la 6. Deci indicele *i* al secțiunii înclinate ia pe rînd valorile 1, 2, 3 ... 6 iar lungimea s_i se ia succesiv, s_1, s_2, s_3 ... s_6.

Din punct de vedere practic, pentru a se obține o anumită simplificare a calculului prin încercări, trecerea de la o înclinare la următoarea se face folosind, ca puncte de trecere ale secțiunii înclinate, punctele în care etrierii intersectează armătura longitudinală de la partea superioară a grinzii.

Pe figura 7.4 se observă că secțiunea înclinată *I-1* nu intersectează nici un plan de etrieri, dar intersectează un plan de bare ridicate. Secțiunea *I-2* întretaie un plan de etrieri și un plan de bare ridicate, secțiunea *I-3* întretaie două planuri de etrieri și două planuri de bare ridicate, cu observația că pe cel de-al doilea îl întretaie la limita superioară a zonei active și deci acest plan de bare ridicate nu se consideră în calcul pentru secțiunea înclinată *I-3*.

Celelalte secțiuni înclinate *I-4*, *I-5* și *I-6* taie ambele planuri de bare înclinate pe lungimea lor activă și, respectiv, cîte trei, patru și cinci planuri de etrieri.

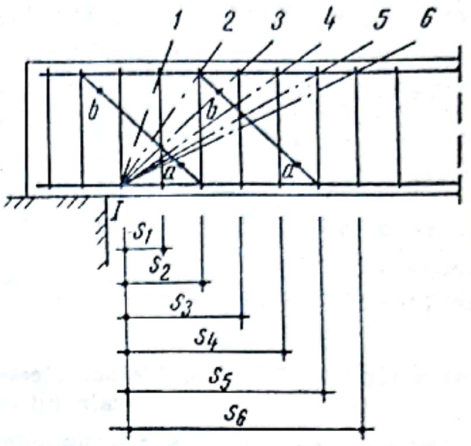


Fig. 7.4. Stabilirea proiecțiilor s_i la diferite înclinări considerate pentru verificarea la forță tăietoare. Pentru o origine aleasă (*I*) a secțiunilor înclinate, (pe figură s-au trecut și punctele *a* și *b* de pe barele înclinate, care au aceeași semnificație ca în figura 7.38).

Deci, pentru fiecare secțiune înclinată se cunoaște aria armăturii longitudinale, a armăturilor ridicate și a etrierilor pe care-i intersectează și astfel termenii:

$\Sigma A_e \cdot m_{at} R_a$ și $\Sigma A_{at} m_{at} R_a \sin \alpha$, se pot determina numeric pentru orice înclinare.

Pentru determinarea lui Q_b se utilizează relația 7.7 care se calculează pentru fiecare secțiune înclinată aleasă, în parte. În această expresie dimensiunile b, h_0 și rezistența la întindere a betonului R_t sînt cunoscute și constante pentru toată grinda, atunci cînd grinda este cu secțiune constantă.

Proiecția pe axa grinzii a lungimii fiecărei secțiuni înclinate se determină ca multiplu întreg al distanței dintre etrieri; astfel:

$$s_1 = a_e;\ s_2 = 2a_e;\ s_3 = 3a_e \text{ etc.}$$

Procentul de armare longitudinală care intră sub semnul radicalului este cel corespunzător originii fisurii înclinate considerate. Pe figura 7.2 pentru cele trei fisuri înclinate F_1, F_2, F_3, originile s-au notat cu *I*, *II*, *III*. În acest sens se face precizarea că în stînga și în dreapta reazemelor de continuitate verificarea în secțiuni înclinate are în vedere atît fisuri înclinate de tipul F_2, care au originea la partea superioară, și deci în procentul de armare μ intră armătura longitudinală de la partea superioară, cît și fisuri înclinate de tipul F_3, care au originea la partea inferioară, și deci în procentul de armare μ intră armătura longitudinală de la partea inferioară, corespunzătoare originii fisurii considerate.

Scanned with OKEN Scanner

Pentru o poziție aleasă a secțiunii înclinate, definită prin distanța d, măsurată de la fața reazemului, condiția de rezistență la forță tăietoare este satisfăcută dacă pentru orice înclinare a secțiunii în jurul punctului care determină poziția ei este satisfăcută relația (7.9).

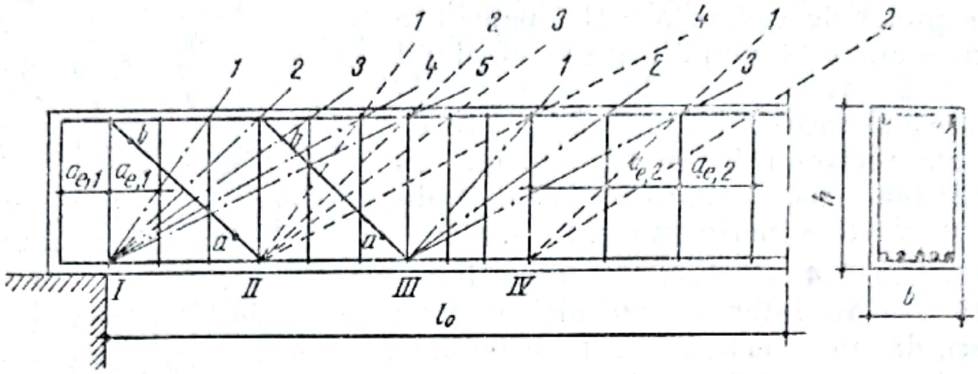


Fig. 7.5. Pozițiile caracteristice și înclinările secțiunilor care se folosesc în calculul elementelor la forță tăietoare:

a și *b* — limitele lungimii active a barelor înclinate.

Verificarea trebuie făcută pentru mai multe poziții ale secțiunii înclinate; acestea sînt:

— punctele de la fețele reazemelor ($d=0$);

— punctele de ridicare a barelor înclinate;

— punctele de modificare a distanței dintre etrieri;

— alte, eventuale, puncte particulare în alcătuirea carcasei de armătură a grinzii.

Pe figura 7.5 s-au arătat patru puncte (notate cu *I*, *II*, *III*, *IV*) care servesc ca puncte de poziție pentru secțiunile înclinate în vederea verificării la forță tăietoare.

Pentru fiecare poziție în parte se consideră mai multe înclinări ale secțiunii. Încercările încep cu secțiunile la care proiecția pe axa elementului este mai mică sau cel mult egală cu înălțimea utilă a secțiunii ($s \leqslant h_0$) și continuă atît cît este nevoie, dar astfel încît să fie respectată și condiția $s \leqslant 3h_0$.

În general, lucrurile se prezintă astfel:

Pentru înclinări mari ale secțiunii înclinate (deci pentru s_i mic), capacitatea portantă la forța tăietoare Q_{cap}, rezultă de valoare mare datorită contribuției lui Q_b care este cu atît mai mare cu cît proiecția s_i a secțiunii înclinate pe axa grinzii, este mai mică.

Pe măsura reducerii înclinării secțiunii față de axa grinzii, deci pe măsura creșterii lui s_i, capacitatea portantă la forță tăietoare scade repede, atinge o valoare minimă iar apoi crește din nou.

După ce, cu ajutorul încercărilor, se constată că s-a identificat secțiunea înclinată cu $Q_{cap,min}$, denumită secțiune înclinată critică, continuarea încercărilor nu mai este necesară.

În majoritatea cazurilor curente, pentru o anumită poziție d pe lungimea grinzii este suficient să se considere 3—4 înclinări succesive pentru a se identifica secțiunea înclinată critică și a se determina $Q_{cap,min}$.

Pentru poziția considerată, d, ca elementul să reziste la forță tăietoare, este necesar să fie îndeplinită condiția:

Scanned with OKEN Scanner

$Q_{cr} \leqslant Q_{cap,min}$, în care s-a notat cu Q_{cr} forța tăietoare produsă de acțiunile exterioare, corespunzătoare secțiunii critice, determinată în cadrul încercărilor.

Verificarea la forță tăietoare prin procedeul încercărilor succesive, pentru diferite poziții d și înclinări s ale secțiunilor înclinate, necesită un volum relativ mare de calcule simple.

Pentru reducerea volumului acestor calcule, se poate folosi un procedeu simplificat. Simplificarea constă în faptul că, pentru o poziție dată în lungul grinzii, forța tăietoare minimă preluată de etrieri și beton se determină fără încercări, cu ajutorul relației:

$$Q_{eb\cdot min} = \bar{Q}_{eb} \cdot b h_0 R_t, \tag{7.10}$$

în care $\bar{Q}_{eb}$ reprezintă o mărime numerică care depinde de tipul de oțel, de marca betonului, de procentul de armare longitudinală în punctul considerat de pe lungimea grinzii, precum și de procentul de armare transversală (procentul de armare cu etrieri).

Mărimea $\bar{Q}_{eb}$ se dă în tabelele 14 și 15 din anexă pentru cazul etrierilor din OB 37 și STNB.

Se precizează faptul că procentul de armare transversală se determină cu relația:

$$\mu_e = \frac{A_e}{b \cdot a_e}, \tag{7.11}$$

în care A_e reprezintă aria tuturor ramurilor dintr-un plan transversal de etrieri, b — lățimea grinzii iar a_e — distanța dintre etrieri pe porțiunea de grindă considerată.

b. **Armarea transversală numai cu etrieri.** Dacă grinda este armată transversal numai cu etrieri, condiția de verificare la forță tăietoare, pentru o poziție aleasă pe lungimea grinzii, capătă forma:

$$Q \leqslant Q_{eb,min} \tag{7.12}$$

în care Q reprezintă forța tăietoare dată de încărcările exterioare, corespunzătoare poziției alese pe lungimea grinzii.

Dacă se consideră poziția de la fața interioară a reazemului ($d=0$), forța tăietoare Q este cea maximă, corespunzătoare feței reazemului.

Prin acest mod de considerare a forței tăietoare de calcul în relația (7.12), procedeul simplificat are caracter acoperitor în raport cu metoda exactă (prin încercări), în care forța tăietoare de calcul era cea minimă de pe lungimea secțiunii înclinate critice.

Dacă relația (7.12) nu este satisfăcută se modifică armarea transversală a grinzii în sensul sporirii capacității ei de rezistență la forță tăietoare. Pentru a obține acest lucru se poate proceda în diferite moduri, și anume:

- se sporește diametrul etrierilor;
- se mărește numărul de ramuri ale etrierilor;
- se schimbă calitatea oțelului din etrieri;
- se reduce distanța dintre etrieri;
- se prevăd armături înclinate.

În fiecare problemă concretă în parte trebuie analizată care dintre posibilitățile enumerate mai sus este cea mai potrivită pentru sporirea capacității de rezistență a grinzii la forță tăietoare.

Scanned with OKEN Scanner

c. **Armarea transversală cu etrieri şi bare înclinate.** În cazul folosirii armăturii înclinate, relaţia de verificare la forţă tăietoare capătă forma:

$$Q \leqslant Q_{eb,\,min} + Q_t. \tag{7.13}$$

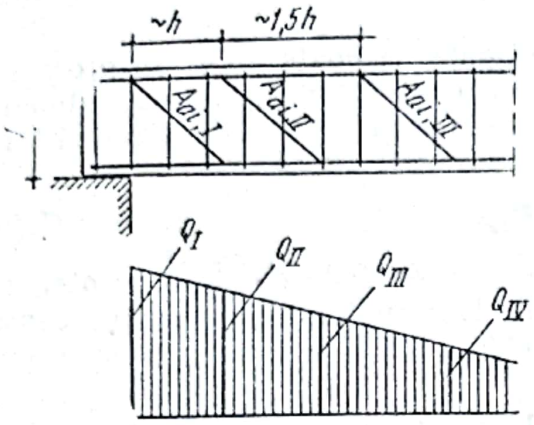


Fig. 7.6. Elemente de calcul la forţă tăietoare prin procedeul simplificat:
a — dispunerea armăturii în grindă; *b* — diagrama de forţă tăietoare (valori de calcul).

Dacă armăturile înclinate se află la distanţe relativ mari între ele (de ordinul de mărime ce rezultă din figura 7.6, *a*), se poate admite că, pentru orice poziţie în lungul grinzii, secţiunea înclinată critică intersectează un singur plan de bare ridicate. În acest caz, în expresia lui Q_t intră numai barele dintr-un singur plan de bare înclinate.

Relaţia (7.13), pentru secţiunea de la faţa reazemului, capătă forma:

$$Q_I = Q_{eb,\,min} + A_{aiI} \cdot m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha,$$

din care rezultă aria necesară de armătură înclinată în primul plan de bare ridicate:

$$A_{a,I} = \frac{Q_I - Q_{eb,\,min}}{m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha}. \tag{7.14}$$

În mod similar se determină aria necesară de armătură înclinată şi în celelalte planuri de bare ridicate:

$$A_{ai,II} = \frac{Q_{II} - Q_{eb,\,min}}{m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha} \tag{7.15}$$

$$A_{ai,\,III} = \frac{Q_{III} - Q_{eb,\,min}}{m_{at} \cdot R_a \cdot \sin \alpha}. \tag{7.16}$$

Din figura 7.6 rezultă semnificaţia mărimilor care intră în aceste relaţii.

Pentru ca grinda să fie bine armată transversal este necesar să aibă, ca armătură înclinată, cel puţin ariile rezultate din aplicarea relaţiilor de mai sus. Pe zona pe care nu se mai află bare ridicate, etrierii şi betonul zonei comprimate trebuie să poată prelua întreaga forţă tăietoare. Folosind notaţiile din figura 7.6, *b*, trebuie deci să fie satisfăcută relaţia:

$$Q_{IV} \leqslant Q_{eb,\,min}. \tag{7.17}$$

Procedeul simplificat de verificare la forţă tăietoare se poate folosi, deşi este mai puţin exact, şi la grinzile continue, de o parte şi alta a reazemelor intermediare, dacă barele ridicate satisfac aceleaşi norme de dispunere ca în figura 7.6.

Elementele de beton armat supuse la încovoiere cu forţă tăietoare trebuie astfel dimensionate încît să se respecte şi condiţiile:

$$Q \leqslant 4b \cdot h_0 \cdot R_t; \tag{7.18}$$

$$Q_b \leqslant 2b \cdot h_0 \cdot R_t. \tag{7.19}$$

Scanned with OKEN Scanner

Dacă condiția (7.18) nu este satisfăcută, trebuie sporite laturile b și h ale secțiunii sau mărită marca betonului.

Pentru a elimina riscul reluării dimensionării și armării întregii grinzi, este necesar (și posibil) să se verifice relația (7.18) de la început, adică înainte de dimensionarea elementului la încovoiere în secțiuni normale.

Pentru a se evita un consum mare de armătură transversală, precum și deschiderea pronunțată a fisurilor înclinate în exploatare, se recomandă să nu se ajungă la limita superioară a relației (7.18), ci la valori medii de ordinul:

$$Q=(2...3)b\cdot h_0\cdot R_t. \qquad (7.20)$$

Satisfacerea cerințelor impuse de relația (7.20) are caracter de predimensionare a elementului în secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare.

Dacă pe anumite zone limitate din vecinătatea reazemelor, relația (7.20) nu poate fi satisfăcută, se pot lua măsuri locale de sporire a înălțimii sau lățimii grinzii.

La grinzile prefabricate de beton armat cu inimă plină (secțiuni în formă de T, I), care funcționează în exploatare ca grinzi simplu rezemate, se sporește, de regulă, lățimea secțiunii pe zonele de capăt (fig. 7.7), iar la grinzile continue, turnate monolit, se sporește uneori înălțimea secțiunii în vecinătatea reazemelor intermediare creîndu-se vute.

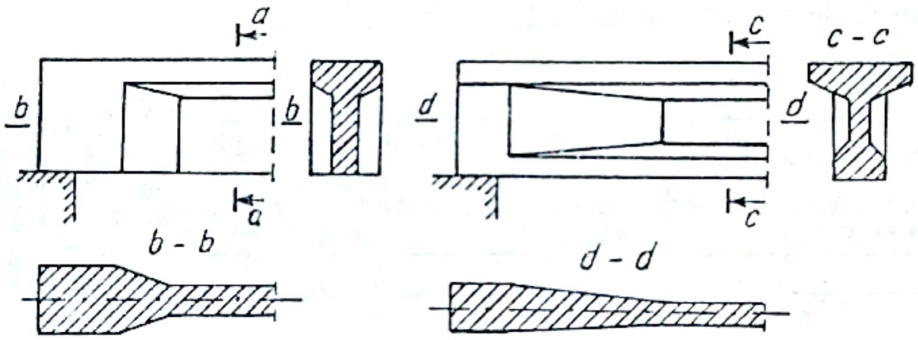


Fig. 7.7. Sporirea lățimii grinzilor prefabricate la reazeme pentru îmbunătățirea compartării la forță tăietoare.

Analiza comportării și calculul la forță tăietoare expuse în prezentul paragraf s-au referit la cazul cel mai frecvent întîlnit în practică, definit de următorii parametri:

— elementul a fost considerat de tip bară (sau grindă lungă);

— înălțimea h a secțiunii transversale, constantă pe toată deschiderea elementului;

— încărcarea aplicată la fața superioară a elementului.

În practică se întîlnesc și alte tipuri de elemente supuse la forță tăietoare la care unul sau mai mulți dintre parametrii enumerați sînt diferiți. Astfel, există elemente la care încărcarea se aplică la marginea lor inferioară, deci încărcarea este suspendată de element. De asemenea, există elemente încovoiate cu secțiunea variabilă pe anumite zone în vecinătatea reazemelor sau pe toată deschiderea. În sfîrșit, există elemente supuse la încovoiere cu forță tăietoare, la care raportul dintre deschiderea lor și înălțimea secțiunii transversale (l/h) le situează în domeniul grinzilor scurte. Din această categorie fac parte grinzile-pereți și consolele scurte.

Scanned with OKEN Scanner

La fiecare din particularităţile de alcătuire şi încărcare amintite corespund particularităţi specifice de comportare sub încărcări şi de calcul. Relaţiile de calcul pentru asemenea situaţii se găsesc în STAS 10 107/0-76 sau în alte lucrări de specialitate.

APLICAŢIA 7.1

O grindă prefabricată de beton armat cu secţiunea transversală în formă de T are alcătuirea din figura 7.8.

Elementele caracteristice privind alcătuirea şi încărcarea sînt:

— încărcarea uniform distribuită cu valoarea de calcul $p=2\,450$ daN/m;

— materiale — beton B 250, oţel PC 52 şi OB 37 în carcase sudate. În inimă sînt două carcase C_1, iar în talpa superioară o carcasă C_2;

— elementele geometrice ale secţiunii transversale rezultă din figura 7.8, *b*: $h=50$ cm; $b=10$ cm; $b_p=30$ cm; $h_{p\cdot med}=6+\frac{4}{2}=8$ cm;

— armarea transversală se realizează din barele verticale ale carcaselor sudate care sînt din oţel OB 37 şi au diametrul de 6 mm şi distanţele variabile pe deschidere, potrivit figurii 7.8, *c*;

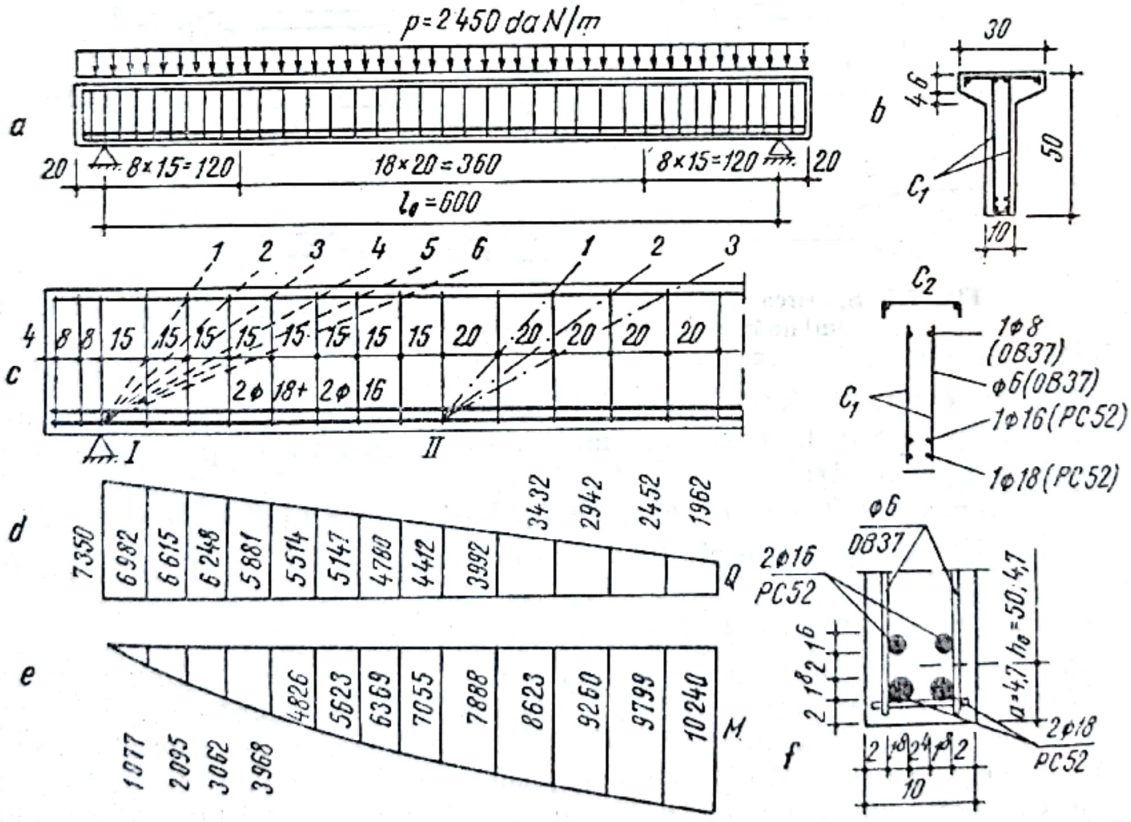


Fig. 7.8. Elementele caracteristice de alcătuire şi calcul pentru grinda din aplicaţia 7.1: *a* — schema de încărcare şi alcătuirea grinzii; *b* — secţiunea transversală curentă; *c* — elementele necesare verificării la forţă tăietoare; *d* şi *e* — diagramele solicitărilor (valori de calcul); *f* — detaliu de alcătuire a tălpii inferioare a grinzii.

Scanned with OKEN Scanner

— solicitările de calcul (Q, M) determinate cu încărcarea de calcul uniform distribuită $p=2\,450$ daN/m au fost calculate în dreptul fiecărui plan de bare transversale și trecute pe figurile 7.8, *d* și 7.8, *e*;

— înălțimea utilă a secțiunii rezultă din figura 7.8, *f*: $h_0=h-a=50-4{,}7=45{,}3$ cm.

— Procentul de armare longitudinală: $\mu=\frac{A_a}{bh_0}=\frac{2\cdot 2{,}011+2\cdot 2{,}545}{10\cdot 45{,}3}=2\%$.

Procentul de armare este relativ mare, pentru că secțiunea are inima subțire ($b=10$ cm).

— Momentul încovoietor maxim produs de încărcarea exterioară de calcul (la mijlocul deschiderii):

$$M_{max}=\frac{pl_0^2}{8}=\frac{2\,450\cdot 6{,}0^2}{8}=11\,025 \text{ daN}\cdot\text{m}.$$

— Momentul capabil:

$$M_{cap}=A_aR_a\left(h_0-\frac{x}{2}\right).$$

Poziția axei neutre se determină cu relația:

$$x=\frac{A_a\cdot R_a}{b_p\cdot R_c}=\frac{9{,}11\cdot 2\,900}{30\cdot 115}=7{,}66 \text{ cm}.$$

Întrucît $x=7{,}66$ cm $<h_{p\cdot med}=8$ cm, rezultă că axa neutră intersectează secțiunea prin grosimea tălpii superioare. Deci relațiile utilizate pentru determinarea lui x și M_{cap} sînt cele potrivite (cazul I de calcul la încovoiere la secțiunile în formă de T).

$$M_{cap}=9{,}11\cdot 2\,900\left(45{,}3-\frac{7{,}66}{2}\right)=10\,960 \text{ daN}\cdot\text{m}.$$

Se constată că M_{cap} este aproximativ egal cu M_{max}. Deci, condiția de rezistență la încovoiere în secțiunea de la mijlocul deschiderii este verificată. Deși momentul capabil este ceva mai mic decît cel maxim de calcul, eroarea este de sub 0,6%.

Verificarea grinzii la forță tăietoare

Se verifică mai întîi dacă este satisfăcută relația (7.18):

$$Q_{max}\leqslant 4bh_0R_t$$

$$Q_{max}=7\,350 \text{ daN (fig. 7.8, } d)$$

$$4bh_0R_t=4\cdot 10\cdot 45{,}3\cdot 9=16\,308 \text{ daN}.$$

Relația (7.18) este satisfăcută:

$$7\,350<16\,308.$$

Se mai constată că:

$$Q_{max}=1{,}8bh_0R_t.$$

Scanned with OKEN Scanner

Deci este satisfăcută și recomandarea dată de relația (7.20).

În continuare se verifică rezistența grinzii la forță tăietoare.

Pentru verificare se folosește la început metoda generală de calcul (prin încercări succesive) și apoi metoda simplificată de calcul care constă în verificarea relației (7.12).

Verificarea prin metoda generală

Trebuie verificată relația:

$$Q \leqslant Q_{cap}, \tag{a}$$

pentru diferite poziții pe lungimea grinzii și pentru diferite înclinări ale secțiunii înclinate. Grinda fiind armată transversal numai cu bare verticale, capacitatea portantă la forță tăietoare are expresia:

$$Q_{cap} = Q_e + Q_b. \tag{b}$$

Ținînd seama de modul de armare transversală a grinzii, pentru verificare este necesar să se considere două poziții caracteristice:

— poziția *I* — la fața reazemului, unde forța tăietoare are valoare maximă;

— poziția *II* — în punctul de modificare a distanței dintre etrieri.

Pentru fiecare din poziții se consideră, pe rînd, înclinările secțiunii indicate pe figura 7.8, *c*.

Pentru o secțiune înclinată oarecare, definită cu indicele *i*, componentele capacității portante la forță tăietoare se determină cu relațiile:

$$Q_e = \sum_{si} T_e = \sum_{si} A_e \cdot m_{at} \cdot R_a; \tag{c}$$

$$Q_b = \frac{0{,}8 b h_0^2 R_t}{s_i} \sqrt{\mu} \left(1 + \frac{h_0 \cdot Q_i}{M_i}\right). \tag{d}$$

Pentru fiecare secțiune înclinată în parte, pe lîngă verificarea relației (a) de mai sus se calculează raportul:

$$K_i = \frac{Q_{cap,i}}{Q_i}. \tag{e}$$

Urmărind variația acestui raport se poate găsi secțiunea înclinată critică, care corespunde valorii minime a lui K_i. După obținerea, prin încercări, a valorii minime a lui K, continuarea verificării, pentru poziția considerată, nu mai este necesară.

Verificările corespunzătoare poziției I

Secțiunea înclinată I-1

Această secțiune intersectează un singur plan de bare transversale în care se află 2 bare Ø6 OB 37, deci:

$$Q_e = 2 \cdot 0{,}28 \cdot 0{,}8 \cdot 2\,100 = 940 \text{ daN};$$

Scanned with OKEN Scanner

$$Q_b=\frac{0{,}8\cdot 10\cdot 45{,}3^2\cdot 9}{s_i}\sqrt{2}\left(1+\frac{0{,}453Q_i}{M_i}\right)=\frac{208\ 950}{s_i}\left(1+\frac{0{,}453Q_i}{M_i}\right).$$

Această formă a lui Q_b va fi folosită în continuare pentru toate secțiunile înclinate, modificînd de la o secțiune la alta valorile parametrilor s_i, Q_i, M_i.

Pentru secțiunea *I-1* acești parametri au valorile:

$s_{I-1}=2\cdot 15=30$ cm; $Q_i=6\ 615$ daN; $M_i=2\ 095$ daN·m; deci:

$$Q_b=\frac{208\ 950}{30}\left(1+0{,}453\ \frac{6\ 615}{2\ 095}\right)=16\ 927.$$

Folosind relația (b) anterioară:

$$Q_{cap}=Q_e+Q_b=940+16\ 927=17\ 867 \text{ daN};$$

$$K_{I-1}=\frac{Q_{cap\ I-1}}{Q_{I-1}}=\frac{17\ 867}{6\ 615}=2{,}70>1.$$

Întrucît K_{I-1} este mai mare decît unitatea, grinda rezistă la forță tăietoare pe secțiunea înclinată *I-1*.

Se procedează asemănător pentru toate celelalte secțiuni înclinate.

Secțiunea înclinată I-2 (intersectează două planuri de bare transversale)

$$Q_e=2\cdot 940=1\ 880 \text{ daN};$$

$$Q_b=\frac{208\ 950}{3\cdot 15}\left(1+0{,}453\ \frac{6\ 248}{3\ 062}\right)=8\ 935;$$

$$Q_{cap}=1\ 880+8\ 935=10\ 815;$$

$$K_{I-2}=\frac{10\ 815}{6\ 248}=1{,}73>1.$$

Raportul fiind mai mare decît unitatea, grinda rezistă la forță tăietoare și după secțiunea înclinată *I-2*.

Secțiunea înclinată I-3

$$Q_e=3\cdot 940=2\ 820 \text{ daN}.$$

$$Q_b=\frac{208\ 950}{4\cdot 15}\left(1+0{,}453\ \frac{5\ 881}{3\ 968}\right)=5\ 820;$$

$$Q_{cap}=2\ 820+5\ 820=8\ 640;$$

$$K_{I-3}=\frac{8\ 640}{5\ 881}=1{,}48>1.$$

Secțiunea înclinată I-4

$$Q_e=4\cdot 940=3\ 760 \text{ daN};$$

$$Q_b=\frac{208\ 950}{5\cdot 15}\left(1+0{,}453\ \frac{5\ 514}{4\ 826}\right)=4\ 227 \text{ daN};$$

$$Q_{cap}=3\ 760+4\ 227=7\ 987 \text{ daN};$$

Scanned with OKEN Scanner

$$K_{I-4}=\frac{7\,987}{5\,514}=1{,}45>1.$$

Secțiunea înclinată I-5

$$Q_e=5\cdot 940=4\,700 \text{ daN};$$

$$Q_b=\frac{208\,950}{6\cdot 15}\left(1+0{,}453\frac{5\,147}{5\,623}\right)=3\,284 \text{ daN};$$

$$Q_{cap}=4\,700+3\,284=7\,984 \text{ daN};$$

$$K_{I-5}=\frac{7\,984}{5\,147}=1{,}55>1.$$

Se constată că valoarea coeficientului K pentru secțiunea înclinată *I-5* este mai mare decît cea corespunzătoare secțiunii anterioare (*I-4*).

Deci secțiunea critică (cu cea mai puternică stare de solicitare la forță tăietoare) este *I-4*.

În mod normal încercările se pot opri la secțiunea *I-5*. Totuși, în cadrul acestui prim exemplu se verifică și secțiunea înclinată *I-6* pentru a confirma cele afirmate mai sus.

Secțiunea înclinată I-6:

$$Q_e=6\cdot 940=5\,640 \text{ daN};$$

$$Q_b=\frac{208\,950}{7\cdot 15}\left(1+0{,}453\,\frac{4\,780}{6\,369}\right)=2\,666 \text{ daN};$$

$$Q_{cap}=5\,640+2\,666=8\,306 \text{ daN};$$

$$K_{I-6}=\frac{8\,306}{4\,780}=1{,}74>1.$$

Se vede că, într-adevăr $K_{I-6}>K_{I-5}>K_{I-4}$. În secțiunea înclinată critică (*I-4*), valoarea coeficientului K_{I-4} fiind de 1,45, rezultă că secțiunea dispune de o rezervă de rezistență la forță tăietoare de 45% față de solicitarea dată. Cu alte cuvinte secțiunea poate prelua o forță tăietoare mai mare ($1{,}45\cdot 5\,514=7\,995$ daN).

Această rezervă de rezistență este pusă în evidență numai de metoda exactă de calcul. Se va vedea în continuare că la aplicarea metodei aproximative, datorită caracterului ei acoperitor, această rezervă de rezistență nu mai este evidențiată.

Verificările necesare pentru poziția II

Poziția II corespunde punctului de la care se mărește distanța dintre etrieri de la 15 la 20 cm. Acest punct se află la distanța de 1,20 m de la reazem.

Scanned with OKEN Scanner

Secțiunea înclinată II-1;

$$Q_e = 940 \text{ daN};$$

$$Q_b = \frac{208\,950}{2 \cdot 15}\left(1 + 0{,}453\,\frac{3\,432}{8\,623}\right) = 8\,220 \text{ daN};$$

$$Q_{cap} = 940 + 8\,220 = 9\,160 \text{ daN};$$

$$K_{II-1} = \frac{9\,160}{3\,432} = 2{,}67 > 1.$$

Secțiunea înclinată II-2;

$$Q_e = 2 \cdot 940 = 1\,880 \text{ daN};$$

$$Q_b = \frac{208\,950}{3 \cdot 15}\left(1 + 0{,}453\,\frac{2\,942}{9\,260}\right) = 5\,311 \text{ daN};$$

$$Q_{cap} = 1\,880 + 5\,311 = 7\,191 \text{ daN};$$

$$K_{II-2} = \frac{7\,191}{2\,942} = 2{,}44 > 1.$$

Secțiunea înclinată II-3;

$$Q_e = 3 \cdot 940 = 2\,820 \text{ daN};$$

$$Q_b = \frac{208\,950}{4 \cdot 15}\left(1 + 0{,}453\,\frac{2\,452}{9\,799}\right) = 3\,877 \text{ daN};$$

$$Q_{cap} = 2\,820 + 3\,877 = 6\,697 \text{ daN};$$

$$K_{II-3} = \frac{6\,697}{2\,452} = 2{,}73 > 1.$$

Întrucît $K_{II-3} > K_{II-2}$ înseamnă că secțiunea înclinată critică, corespunzătoare poziției *II* este *II-2*.

Se constată, de asemenea, că în secțiunea critică aferentă poziției *II* rezerva de rezistență la forță tăietoare este deosebit de mare. Capacitatea portantă depășește cu 144% solicitarea corespunzătoare. Aceasta arată că etrierii s-ar mai putea rări sau li s-ar putea reduce diametrul.

Nici una din aceste modificări nu poate fi făcută datorită necesității respectării cerințelor constructive și tehnologice. Distanța între etrieri nu poate depăși de două ori grosimea inimii, iar sîrma OB 37 cu diametru mai mic de 6 mm nu se folosește ca armătură pentru betonul armat.

Exemplul analizat arată că la aplicarea metodei exacte (prin încercări), volumul calculelor este relativ mare. El poate fi restrîns dacă se ține seama de următoarele observații:

1) Încercările se pot începe cu o înclinare a secțiunii corespunzătoare lui $s = h_0$. S-a văzut că pentru $s < h_0$ (de exemplu secțiunea *I-1*) rezultă coeficientul K de valoare foarte mare, ceea ce arată că înclinarea respectivă este departe de înclinarea critică.

2) Încercările nu trebuie continuate dacă valoarea lui K începe să crească față de cea anterioară.

Dacă s-ar fi ținut seama de cele două observații de mai sus, pentru poziția *I* ar fi fost suficient să se facă verificarea nu pentru șase înclinări ale secțiunii ci numai pentru patru dintre ele (*I-2*; *I-3*; *I-4*; *I-5*).

3) La grinzile armate transversal numai cu etrieri sau cu bare verticale sudate, verificarea la forță tăietoare nu este, în general, necesară decît pentru poziția de la fața reazemului, unde forța tăietoare are valoarea maximă.

4) La trecerea de la o secțiune înclinată la alta, multe elemente de calcul și multe operații se repetă. Ținînd seama de acest lucru, desfășurarea calculelor se poate organiza în tabele de sinteză.

Verificarea la acțiunea forței tăietoare prin metoda simplificată

În cazul grinzilor armate transversal numai cu etrieri, pentru verificarea la forță tăietoare se utilizează relația:

$$Q_{max} \leqslant Q_{eb.min}, \qquad (f)$$

în care Q_{max} reprezintă valoarea maximă a forței tăietoare de pe lungimea secțiunii înclinate considerate iar $Q_{eb.min}$ capacitatea portantă la forță tăietoare a acestei secțiuni care se determină cu ajutorul relației (7.10):

$$Q_{eb.min} = \bar{Q}_{eb} b h_0 R_t. \qquad (g)$$

Pentru poziția *I*, Q_{max}=7 350 daN (fig. 7.8, d).

Mărimea Q_{eb} depinde de marca betonului, calitatea oțelului din etrieri, procentul de armare longitudinală μ și procentul de armare transversală μ_e.

Pentru cazul armării transversale cu bare de oțel OB 37 se utilizează tabelul 14 din anexă.

Din tabel, pentru μ=2,0%, $\mu_e = \frac{A_e}{b \cdot a_e} = \frac{2 \cdot 0{,}28}{10 \cdot 15}$ =0,373%, și beton B 300, rezultă $\bar{Q}_{eb}$ = 1,88. Cu relația (g) de mai sus se determină $Q_{eb;\,min}$ = =1,88·10·45,3·9=7 664 daN.

Se constată că relația de verificare (f) este satisfăcută. Într-adevăr:

$$Q_{max} = 7\,350 < Q_{eb.min} = 7\,664.$$

Deci, și potrivit metodei simplificate, grinda rezistă la forță tăietoare în secțiunea de lîngă reazem. Verificarea în această metodă se produce însă aproape la limită, spre deosebire de metoda exactă unde în aceeași secțiune rezultă o rezervă de rezistență de 45%. Cu alte cuvinte, folosirea metodei simplificate determină un consum mai mare de armătură transversală decît metoda exactă.

Principalul motiv pentru care metoda simplificată conduce la un consum mai mare de armătură transversală constă în faptul că în relația de verificare se introduce forța tăietoare de calcul maximă de pe lungimea secțiunii înclinate și nu cea reală, corespunzătoare secțiunii înclinate critice.

Pentru poziția *II*, Q_{max}=4 412 daN.

Q_{eb} se determină potrivit unui procent mai redus de armare transversală, pentru că etrierii se răresc la 20 cm, $\mu_e = \frac{2 \cdot 0{,}28}{10 \cdot 20}$ =0,28%.

Din tabelul 14, pentru μ=2%, μ_e=0,28% și B 300 rezultă Q_{eb}=1,63. Se calculează $\bar{Q}_{eb.min}$=1,63·10·45,3·9=6 645 daN.

Scanned with OKEN Scanner

Se constată că relația (f) este verificată; într-adevăr:

$$Q_{max} = 4\,412 < Q_{cb.min} = 6\,645.$$

APLICAȚIA 7.2

O grindă de beton armat are alcătuirea ce rezultă din figura 7.9. Se cere dimensionarea ei la încovoiere și verificarea în secțiuni înclinate la forță tăietoare.

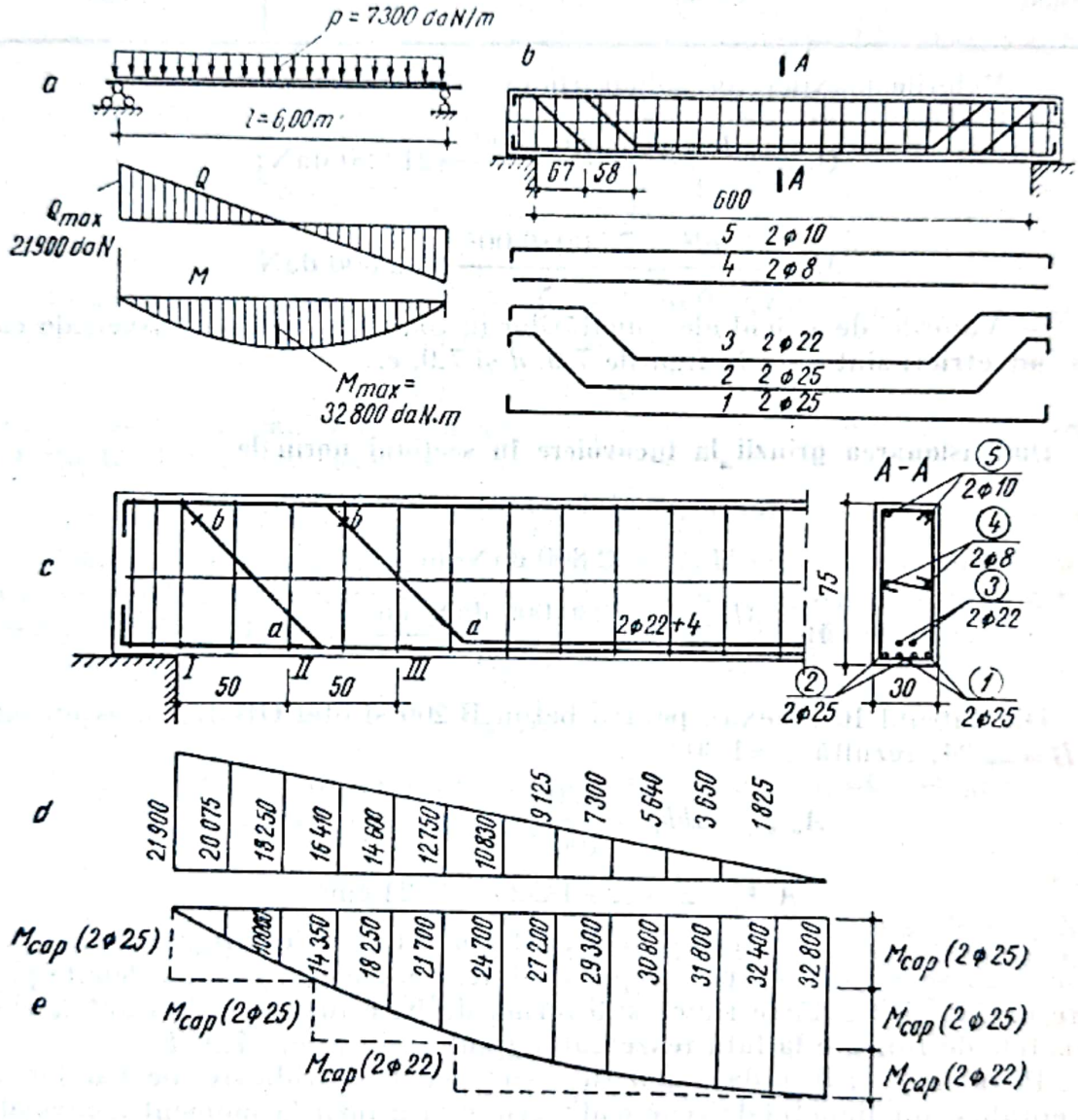


Fig. 7.9. Elemente caracteristice de alcătuire și calcul pentru grinda din aplicația 7.2:
a — schema de rezemare și încărcare ; *b* — alcătuirea carcasei de armături ; *c* — elementele necesare verificării la forță tăietoare; *d* — diagrama de forță tăietoare; *e* — diagrame de momente încovoietoare (diagrama momentelor încovoietoare efective și diagrama momentelor capabile).

Date:

— Materiale: beton B 200; oțel OB 37 (atît în armătura longitudinală cît și în cea transversală).

— Încărcări: încărcările permanente și utile sînt uniform distribuite pe lungimea grinzii și au valorile din tabelul următor:

Încărcări	Valori normate daN/m	Coef. încărcării	Valori de calcul daN/m
permanente	2 500	1,1	2 750
utile	3 500	1,3	4 550
total	6 000	—	7 300

— Valorile maxime ale solicitărilor:

$$Q_{max}=\frac{p\cdot l}{2}=\frac{7\,300\cdot 6{,}00}{2}=21\,900 \text{ daN};$$

$$M_{max}=\frac{pl^2}{8}=\frac{7\,300\cdot 6{,}00^2}{8}=32\,800 \text{ daN}.$$

— Valorile de calcul ale solicitărilor în toate secțiunile transversale care cuprind etrieri sînt date în figurile 7.9, *d* și 7.9, *e*.

Dimensionarea grinzii la încovoiere în secțiuni normale

(la mijlocul deschiderii)

$$M_{max}=32\,800 \text{ daN}\cdot\text{m}.$$

$$B=\frac{M_{max}}{bh_0^2}=\frac{3\,280\,000 \text{ daN}\cdot\text{cm}}{30\cdot 70^2}=22{,}31.$$

Din tabelul 10 (anexă), pentru beton B 200 și oțel OB 37, corespunzător la $B=22{,}31$, rezultă $\mu=1{,}30\%$.

$$A_{a.nec}=\mu bh_0=\frac{1{,}30}{100}\cdot 30\cdot 70=27{,}3 \text{ cm}^2;$$

$$A_{a.ef}=2\,\varnothing 22+4\,\varnothing 25=27{,}24 \text{ cm}^2.$$

Armăturile se dispun în grindă conform detaliilor din figura 7.9, *b*. Două bare ∅25 se mențin drepte la partea inferioară a grinzii iar celelalte patru bare (2 ∅25 și 2 ∅22) se ridică sub formă de bare înclinate. Distanțele de la punctele de ridicare la fața reazemului rezultă din figura 7.9, *b*.

Pentru a verifica dacă pozițiile secțiunilor de ridicare ale barelor sînt acceptabile din punctul de vedere al rezistenței grinzii la moment încovoietor, se construiește diagrama momentelor capabile. Pe figura 7.9, *e*, diagrama momentelor capabile s-a trasat cu linie întreruptă.

În punctul de ridicare al unui grup de bare înclinate, momentul capabil al secțiunii se reduce cu fracțiunea corespunzătoare barelor ce se ridică în punctul respectiv. În diagrama de momente capabile se produc salturile corespunzătoare (fig. 7.9, *e*).

Se poate observa că diagrama momentelor capabile rămîne exterioară, pe toată lungimea ei, diagramei de momente efective; deci, pozițiile de ridicare ale barelor înclinate se pot considera acceptabile din punctul de vedere al rezistenței elementului la încovoiere în secțiuni normale și înclinate.

Scanned with OKEN Scanner

Verificarea la forță tăietoare a grinzi din figura 7.9 prin metoda simplificată

Pentru poziția I

Se determină $Q_{eb.min}$ cu relația (7.10):

$$\bar{Q}_{eb\cdot min}=\bar{Q}_{eb}\cdot bh_0R_t.$$

Pentru poziția *I*, procentul de armare longitudinală $\mu_I=0{,}468\%$ și procentul de armare transversală $\mu_e=\frac{A_e}{b\cdot a_e}=\frac{2\cdot 0{,}503}{30\cdot 25}=0{,}134\%$. Ținînd seama că se utilizează beton B 200 și oțel OB 37, din tabelul 14 (anexă) rezultă $\bar{Q}_{eb}=0{,}77$ și $\bar{Q}_{eb\cdot min}=0{,}77\cdot 30\cdot 70\cdot 8=12\,936$. Aria necesară de armătură înclinată în primul plan de bare ridicate se determină conform relației (7.14):

$$A_{ai,I}=\frac{Q_I-Q_{eb\cdot min}}{m_{at}\cdot R_a\cdot\sin\alpha}=\frac{21\,900-12\,936}{0{,}8\cdot 2\,100\cdot 0{,}707};$$

$$A_{ai,\,I}=7{,}55\ \text{cm}^2.$$

Aria efectivă de armătură înclinată în primul plan este $A_{ai,\,efectiv}=2\cdot 4{,}91=9{,}82\ \text{cm}^2$. Deci în primul plan de bare înclinate:

$$A_{ai,\,efect}>A_{ai,\,necesar},$$

ceea ce este echivalent cu faptul că, pentru poziția *I*, condiția de rezistență la forță tăietoare este satisfăcută.

Pentru planul II de bare ridicate (poziția II)

Valoarea lui $Q_{eb.\,min}$ se modifică (se mărește) în raport cu primul plan de bare înclinate, pentru că crește valoarea procentului de armare longitudinală. Acest procent se calculează acum pentru patru bare drepte de Ø25.

$$\mu_{II}=\frac{4\cdot 4{,}91}{30\cdot 70}=0{,}935\%.$$

Procentul de armare cu etrieri se menține același, $\mu_e=0{,}134\%$.

Din tabelul 14 (anexă) rezultă $\bar{Q}_{eb}=1{,}02$,

$$Q_{eb.\,min}=1{,}02\cdot 30\cdot 70\cdot 8=17\,136.$$

Forța tăietoare de calcul ce corespunde celui de-al doilea plan de bare ridicate, Q_{II}, se determină la punctul de ridicare al primului plan de bare ridicate care se află la distanța de 67 cm de reazem. Se poate scrie:

$$Q_{II}=Q_I-0{,}67\,p;$$

$$Q_{II}=21\,900-0{,}67\cdot 7\,300=17\,000\ \text{daN}.$$

Armătura înclinată, necesară în planul *II*, se determină cu relația (7.15):

$$A_{ai,\,II,\,nec}=\frac{Q_{II}-Q_{eb.\,min}}{m_{at}\cdot R_a\cdot\sin\alpha}=\frac{17\,000-17\,136}{m_{at}\cdot R_a\cdot\sin\alpha}.$$

Rezultă $A_{ai,\,II,nec}<0$, respectiv armătura înclinată în planul al doilea nu este necesară.

Verificarea la forță tăietoare pe zona fără bare ridicate (poziția *III*) nu mai este necesară pentru că

$$Q_{max}=12\,750\ \text{daN}<Q_{eb.\,min}\ (Q_{eb.\,min}=17\,136\ \text{daN}).$$

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 8

CALCULUL ELEMENTELOR COMPRIMATE EXCENTRIC LA STAREA LIMITĂ DE REZISTENȚĂ

Aplicațiile din prezentul capitol se bazează în întregime pe expunerea teoretică și pe relațiile de calcul din capitolul III al manualului „Beton armat". Pentru toate relațiile de calcul folosite sau pentru trimiterile la figuri sau text se folosește notarea și numerotarea din manual care se reia, ca atare, în aplicațiile din acest capitol.

APLICAȚIA 8.1

Un stîlp din beton armat monolit, realizat cu beton B 200 și oțel PC 52, are secțiunea transversală de formă dreptunghiulară și lungimea de 5 m.

Stîlpul este supus la compresiune excentrică de grupul de solicitări $N=850$ kN și $M=300$ kN · m.

Stîlpul are astfel de rezemări la capete că se poate admite, pentru lungimea de flambaj, chiar valoarea lungimii lui reale: $l_f=l=5$ m.

Se cere determinarea ariilor necesare de armătură și armarea stîlpului.

Laturile secțiunii transversale a stîlpului se pot determina cu ajutorul relațiilor empirice:

$$h=(15-20)\sqrt[3]{M}+(0{,}16-0{,}30)\frac{N}{\sqrt[3]{M}}; \tag{8.1}$$

$$b=\frac{2}{3}h. \tag{8.2}$$

Înlocuind valorile numerice în relația (8.1) se obține:

$$h=(15-20)\sqrt[3]{30}+(0{,}16-0{,}30)\frac{85}{\sqrt[3]{30}}=$$

$$=(46{,}65-62{,}5)+(4{,}37-8{,}20)=(51{,}02-70{,}4)\text{ cm}.$$

Deci latura mare a secțiunii h poate fi aleasă în intervalul 51,02...70,4 cm. Se alege $h=60$ cm și pe baza relației (8.2) rezultă $b=\frac{2}{3}60=40$ cm.

Raportul $\frac{l_f}{h}=\frac{500}{60}=8{,}33<10$, deci nu se ține seama, la determinarea excentricității forței N, de efectul flexibilității stîlpului (se consideră $\eta=1$).

Înălțimea utilă a secțiunii, $h_0=h-a=60-4=56$ cm.

Distanța între centrele de greutate ale armăturilor, $h_a=h_0-a'=56-4=52$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

Excentricitatea inițială a forței N este $e_0=\frac{M}{N}=\frac{30}{85}=0{,}353$ m$=35{,}3$ cm.

Excentricitatea adițională, $e_a=\frac{h}{30}=\frac{60}{30}=2$ cm.

Excentricitatea de calcul $e_{0c}=e_0+e_a=35{,}3+2=37{,}3$ cm:
Se rezolvă problema pentru toate cele trei variante de armare:
— cu consum minim de oțel ($A_a+A_a'=$minim);
— cu armare simetrică ($A_a=A_a'$);
— cu armătura din zona comprimată cunoscută (A_a'dat).

a. *Cazul folosirii integrale a zonei comprimate* ($\xi=\xi_{lim}$).

Pentru determinarea ariilor de armătură se aplică relațiile (III.13) și III. 14) din manualul „Beton armat".

Excentricitatea forței N față de centrul de greutate al armăturii întinse, notată cu e are expresia:

$$e=\eta e_{0c}+\frac{h_a}{2}=1\cdot 37{,}3+\frac{52}{2}=63{,}3 \text{ cm}.$$

$$A_a'=\frac{N\cdot e-0{,}42b\cdot h_0^2\cdot R_c}{R_a\cdot h_a}.$$

Pentru rezistența la compresiune a betonului R_c, se ține seama că stîlpul este turnat în poziție verticală și că latura mică a secțiunii b este mai mare de 30 cm. Deci, la beton B 200, în aceste condiții, $R_c=80$ daN/cm².

$$A_a'=\frac{85\,000\cdot 63{,}3-0{,}42\cdot 40\cdot 56^2\cdot 80}{2\,900\cdot 52}=7{,}73 \text{ cm}^2;$$

$$A_a=\frac{0{,}6b\cdot h_0\cdot R_c}{R_a}+A_a'-\frac{N}{R_a}=\frac{0{,}6\cdot 40\cdot 56\cdot 80}{2\,900}+7{,}73-\frac{85\,000}{2\,900};$$

$$A_a=37{,}07+7{,}73-29{,}31=15{,}49 \text{ cm}^2.$$

b. *Cazul armăturii simetrice.*

Se determină înălțimea zonei comprimate x cu relația (III. 15) din manual:

$$x=\frac{N}{b\cdot R_c}=\frac{85\,000}{40\cdot 80}=26{,}56 \text{ cm};$$

$$x_{lim}=\xi_{lim}\cdot h_0=0{,}6\cdot 56=33{,}6 \text{ cm}. \qquad \text{(III.16)}$$

Întrucît $x<x_{lim}$, pentru determinarea ariilor de armătură se poate utiliza relația:

$$A_a=A_a'=\frac{N\cdot e-b\cdot x\cdot R_c(h_0-x/2)}{R_a\cdot h_a};$$

$$A_a=A_a'=\frac{85\,000\cdot 63{,}3-40\cdot 26{,}56\cdot 80\left(56-\frac{26{,}56}{2}\right)}{2\,900\cdot 52}=11{,}615 \text{ cm}^2.$$

Scanned with OKEN Scanner

c. *Cazul A_a' dat.*

Se consideră cunoscută aria armăturii din zona comprimată $A_a'=9{,}42$ cm². Această arie poate fi impusă de anumite cerințe concrete sau se poate alege constructiv.

Pentru a se putea efectua calculul în această ipoteză este necesar să se verifice, în prealabil, dacă aria A_a' dată, satisface condiția:

$$A_a' \geqslant A_{a,\ min}', \tag{8.3}$$

în care $A_{a,\ min}'$ este cea obținută pe baza aplicării relației (III. 13); $A_{a,\ min}'=7{,}73$ cm², valoarea determinată la punctul *a* al acestei aplicații.

Se constată că relația (8.3) este satisfăcută:

$$9{,}42>7{,}73.$$

Pentru determinarea ariei de armătură întinsă A_a se folosește grupul relațiilor (III. 10) și (III. 11) din manual în care apar necunoscutele A_a și x.

Din relația III.10 se scoate necunoscuta x sub forma:

$$x=\frac{N-A_a'R_a+A_aR_a}{bR_c}; \tag{8.4}$$

$$x=\frac{85\,000-9{,}42\times 2\,900+2\,900\,A_a}{40\times 80};$$

$$x=18-0{,}906\,A_a. \tag{8.4'}$$

Introducînd expresia lui x dată de relația (8.4') în relația III. 11 din manual, după înlocuirile numerice corespunzătoare și ordonarea rezultatului după puterile necunoscutei A_a se obține:

$$A_a^2-84A_a+952=0. \tag{8.5}$$

Rezolvînd ecuația de gradul II în A_a se obține $A_a=13{,}50$ cm².

Observație. În calculele practice pentru determinarea ariei de armătură în acest caz de compresiune excentrică se utilizează un procedeu care evită rezolvarea directă a sistemului de ecuație (III. 10 și III. 11). În manualul „Beton armat" nu este cuprinsă baza teoretică și fenomenologică a acestui procedeu simplificat care presupune cunoașterea calculului secțiunilor încovoiate dublu armate.

În tabelul 8.1 sînt grupate valorile ariilor necesare de armătură pentru cele trei variante de rezolvare a problemei date în aplicația 8.1.

Tabelul 8.1

Cazul	A_a cm²	A_a' cm²	$A_{a\ total}$ cm²
a	15,49	7,73	23,22
b	11,62	11,62	23,24
c	13,50	9,42	22,92

Alegerea și dispunerea armăturilor pe secțiune, în cele trei situații în care s-a rezolvat problema, rezultă din figura 8.1.

Scanned with OKEN Scanner

În această aplicație suma ariilor de armătură a rezultat aproape aceeași în toate cele trei cazuri analizate, deci consumul de oțel este sensibil egal. Armarea cea mai judicioasă se obține pentru cazul b, cu armare simetrică, pentru că secțiunea poate prelua, în aceleași condiții de solicitare axială, moment încovoietor de semn alternant. Momente încovoietoare de semn alternant apar îndeosebi în cazul acțiunii seismice.

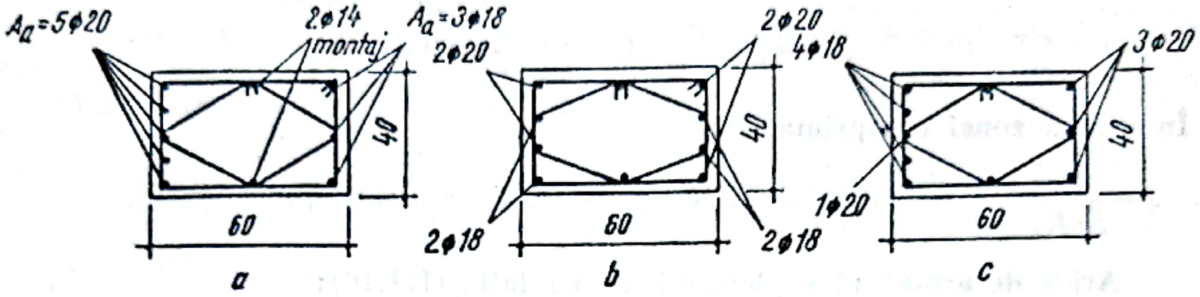


Fig. 8.1. Dispunerea armăturilor pe secțiune pentru cele trei cazuri de armare analizate în aplicația 8.1.

APLICAȚIA 8.2

Să se redimensioneze armătura din aplicația precedentă în situația în care lungimea de flambaj a stîlpului este de 7,50 m.

Se consideră numai varianta cu armare simetrică.

Se consideră, de asemenea, că din momentul încovoietor total jumătate este produs de încărcări de lungă durată. Deci, raportul M_{1a}/M care intră în relația (III. 26) are valoarea 0,5.

Pentru procentul de armare μ din relația (III.26) se admite valoarea obținută în aplicația precedentă, în care nu se ține seama de efectul flexibilității stîlpului.

$$\mu = 100\,\frac{A_a + A_a'}{bh} = 100\,\frac{2 \cdot 11{,}615}{40 \cdot 60} = 0{,}968\%.$$

Raportul $\frac{l_f}{h} = \frac{750}{60} = 12{,}5 > 10$. Deci, la determinarea excentricității trebuie să se țină seama de efectul flexibilității stîlpului prin intermediul coeficientului η, care se determină cu relația (III.25). Valoarea lui N critic care intră în relația (III.25) se determină cu relația (III.26).

În relația (III.26), $E_b = 240\,000$ daN/cm² (pentru beton B 200).

Momentul de inerție al secțiunii:

$$I_b = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{40 \cdot 60^3}{12} = 720\,000 \text{ cm}^4;$$

$$N_{cr} = \frac{1{,}5 \cdot 240\,000 \cdot 720\,000}{750^2} \cdot \frac{1 + \sqrt{0{,}968}}{1 + 0{,}5} = 609\,444 \text{ daN}.$$

Cu relația (III.25) se determină η:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{85\,000}{609\,444}} = \frac{1}{0{,}860} = 1{,}163.$$

Scanned with OKEN Scanner

Excentricitatea inițială a forței N, ca și în cazul precedent, este $e_0 = \frac{M}{N} = 35{,}3$ cm, iar excentricitatea adițională, de asemenea, $e_a = 2$ cm.

Excentricitatea de calcul se modifică datorită intervenției coeficientului η.

$$e_{0c} = \eta e_0 + e_a = 1{,}163 \cdot 35{,}3 + 2 = 43{,}00 \text{ cm}.$$

Excentricitatea forței față de centrul de greutate al armăturii A_a:

$$e = e_{0c} + \frac{h_a}{2} = 43{,}00 + \frac{52}{2} = 69 \text{ cm}.$$

Înălțimea zonei comprimate:

$$x = \frac{N}{b \cdot R_c} = \frac{85\,000}{40 \cdot 80} = 26{,}56 \text{ cm}$$ (aceeași ca în aplicația precedentă).

Ariile de armătură se determină cu relația (III.16):

$$A_a = A_a' = \frac{85\,000 \cdot 69 - 40 \cdot 26{,}56 \cdot 80 \left(56 - \frac{26{,}56}{2}\right)}{2\,900 \cdot 52};$$

$$A_a = A_a' = 14{,}80 \text{ cm}^2.$$

Aria totală, necesară pe cele două margini opuse ale secțiunii este $A_a + A_a' = 2 \cdot 14{,}80 = 29{,}60$ cm^2.

În cazul precedent, în care nu intervenea efectul flexibilității, suma celor două arii era de 23,23 cm^2. Deci intervenția flexibilității a determinat un spor de armătură de 29,60/23,23 = 6,37, deci de 27,5%.

Acest spor de armătură este important pentru că mărește sensibil consumul de oțel. De aceea, în practică trebuie avută în vedere și varianta sporirii laturilor secțiunii elementului pentru reducerea efectului flexibilității.

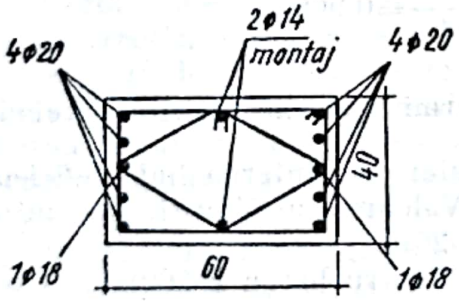


Fig. 8.2. Dispunerea armăturii pe secțiune pentru aplicația 8.2.

Armarea secțiunii potrivit rezultatelor obținute în prezenta aplicație se arată pe figura 8.2.

În aplicațiile 8.1 și 8.2 s-a efectuat calculul stîlpilor numai într-un singur plan principal, considerînd compresiunea excentrică simplă sau dreaptă. În realitate stîlpii au, de regulă, momente încovoietoare și pe cealaltă direcție, așa încît este necesar să se efectueze un calcul similar și pe această direcție și să se dispună armăturile corespunzătoare. În cazurile studiate, în lipsa unui astfel de calcul, pe direcția scurtă a secțiunii, s-au adoptat constructiv cîte două bare Ø14 pe mijlocul laturilor lungi, considerate a avea și rol de montaj.

APLICAȚIA 8.3

Un stîlp prefabricat din beton armat se realizează prin turnare orizontală cu beton B 300 și oțel PC 52. El are secțiunea pătrată și lungimea de flambaj de 4,5 m. Stîlpul este solicitat de o forță axială de 2 000 kN și un moment încovoietor de 250 kN · m.

Scanned with OKEN Scanner

Dintr-un calcul de predimensionare s-a obținut o secțiune transversală de 45·45 cm.

Se cere dimensionarea ariilor necesare de armătură în ipoteza armării simetrice.

Raportul $\frac{l_f}{h}=\frac{450}{45}=10$, deci nu este necesar să se țină seama de efectul flexibilității asupra sporirii excentricității ($\eta=1$).

Înălțimea utilă a secțiunii, $h_0=h-a=45-4=41$ cm.

Distanța între centrele de greutate ale armăturilor, $h_a=h_0-a'=41-4=37$ cm.

Excentricitatea inițială a forței N este:

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{250}{2\,000}=0{,}125 \text{ m}=12{,}5 \text{ cm}.$$

Excentricitatea adițională, $e_a=2$ cm.

Excentricitatea de calcul, $e_{0c}=e_0+e_a=12{,}5+2=14{,}5$ cm.

Excentricitatea forței N față de centrul de greutate al armăturii întinse

$$e=e_{0c}+\frac{h_a}{2}=14{,}5+\frac{37}{2}=33 \text{ cm}.$$

Calculul se efectuează cu ajutorul relațiilor (III.21, III.22, și III.23), ținînd seama și de condiția de armare simetrică ($A_a=A_a'$).

Înlocuind în relația (III.21) pe σ_a cu expresia lui din (III.23) și ținînd seama că $A_a=A_a'$ se obține:

$$N=b\cdot x\cdot R_a+A_a'R_a\left(5\,\frac{x}{h_0}-3\right). \qquad (8.6)$$

Relația (8.6) împreună cu relația (III.22) permit rezolvarea problemei de dimensionare în cazul armăturii simetrice la compresiunea excentrică cu excentricitate mică.

$$N\cdot e=b\cdot x\cdot R_c\left(h_0-\frac{x}{2}\right)+A_a'\cdot R_a\cdot h_a. \qquad (III.22)$$

Aceste două relații conțin două necunoscute: A_a' și x, deci constituie un sistem compatibil. În cea de a doua relație, necunoscuta x intră la puterea a doua.

Sistemul se poate rezolva printr-o metodă algebrică directă sau prin încercări.

Prin încercări se procedează astfel:

— se alege o valoare numerică pentru x cuprinsă în intervalul $0{,}6\,h_0\leqslant x\leqslant h_0$ și se introduce în relația (8.6) din care rezultă valoarea ariei de armătură A_a';

— se introduc valorile lui x și A_a' în relația (III.22) și se vede dacă această relație se verifică sau nu;

— dacă relația (III.22) este verificată de mărimile lui x și A_a' stabilite, atunci acele mărimi sînt cele căutate; dacă nu, se modifică corespunzător valorile lui x și respectiv A_a', pînă ce se obține un grup de valori care să satisfacă ambele relații (8.6 și III.22).

Scanned with OKEN Scanner

În cazul prezentei aplicații, dacă se ia $x=28{,}26$ cm ($x=0{,}689h_0$) și se introduce în relația (8.6) se obține:

$$200\,000=45\cdot 28{,}26\cdot 140+A_a'\cdot 2\,900\left(5\,\frac{28{,}26}{41}-3\right),$$

în care, după efectuarea operațiilor, se obține:

$$1\,294\,A_a'=21\,962,$$

respectiv

$$A_a'=16{,}97\ \text{cm}^2.$$

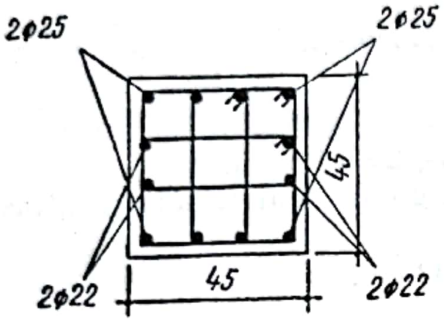


Fig. 8.3. Dispunerea armăturii pe secțiune pentru aplicația 8.3.

Introducînd pe $x=28{,}26$ și $A_a'=16{,}97\text{cm}^2$ în relația (III. 22), se poate constata ușor că ea este verificată suficient de exact:

— primul membru al relației (III.22) este

$$N\cdot e=200\,000\cdot 33=6\,600\,000\ \text{daN}\cdot\text{cm};$$

— al doilea membru al aceleiași relații este

$$45\cdot 28{,}26\cdot 140\left(41-\frac{28{,}26}{2}\right)+16{,}97\cdot 2\,900\cdot 37=6\,604\,762.$$

Cu o eroare de 0,72 ‰ cei doi membri ai relației (III.22) rezultă egali, deci necunoscutele sînt bine determinate.

Pe baza rezultatului: $A_a=A_a'=16{,}97\ \text{cm}^2$ se armează secțiunea ca în figura 8.3. Pe figura 8.3, atît armătura A_a cît și A_a' se realizează din cîte $2\,\varnothing 25+2\,\varnothing 22=17{,}42\ \text{cm}^2$. Pe celelalte două laturi ale secțiunii s-a făcut o armare de același tip și cu același fel de bare, în ideea că stîlpul poate fi solicitat și pe cealaltă direcție la un moment încovoietor comparabil cu cel considerat pe direcția analizată.

APLICAȚIA 8.4

Se consideră aceleași toate datele din problema precedentă, dar în locul armării simetrice se adoptă o armare nesimetrică, pornind pentru A_a de la o valoare cunoscută, determinată de cerințe de minimum constructiv. Astfel, la un stîlp cu latura de 45 cm trebuie dispuse pe o latură cel puțin trei bare cu diametrul de cel puțin 16 mm. Din această condiție rezultă

$$A_a=3\cdot 2{,}01=6{,}03\ \text{cm}^2=0{,}32\%b\cdot h_0>0{,}2\%b\cdot h_0.$$

Ținînd seama de valoarea lui A_a și de relația (III.23), relația (III.21) devine:

$$N=b\cdot x\cdot R_c+A_a'\cdot R_a-6{,}03R_a\left(4-5\,\frac{x}{h_0}\right),$$

în care, după ce se introduc valorile numerice ale mărimilor cunoscute, se obține o relație între x și A_a':

Scanned with OKEN Scanner

$$A_a' = 93 - 2{,}91x. \tag{8.7}$$

Relația (8.7) este valabilă numai pentru variații ale lui x în intervalul $0{,}6h_0 \leqslant x \leqslant h_0$.

$$0{,}6h_0 = 0{,}6 \cdot 41 = 24{,}6 \text{ cm}.$$

Se alege $x = 25{,}24$ cm și din relația (8.7) rezultă $A_a' = 19{,}55$ cm².

Introducînd pe $x = 25{,}24$ cm și $A_a' = 19{,}55$ cm² în relația (III.22), se constată că ea este verificată cu o eroare neglijabilă (1,58‰).

Consumul total de armătură în aplicația 8.4 este:

$$A_a + A_a' = 6{,}03 + 19{,}55 = 25{,}58 \text{ cm}^2.$$

În aplicația 8.3 consumul total era:

$$A_a = A_a' = 2A_a' = 2 \cdot 16{,}97 = 33{,}94 \text{ cm}^2.$$

Deci, pentru aceleași condiții de solicitare, armarea simetrică duce la un consum de oțel sensibil mai mare decît armarea nesimetrică.

Armarea simetrică are însă avantajul unei alcătuiri mai echilibrate a secțiunii și oferă posibilitatea preluării momentelor încovoietoare cu semn alternant, caz mai frecvent întîlnit în practică decît momentul de un singur sens. Armarea secțiunii, corespunzătoare aplicației 8.4 se arată în figura 8.4.

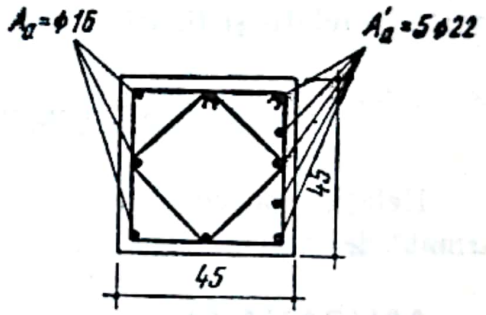


Fig. 8.4. Dispunerea armăturii pe secțiune în cazul analizat în aplicația 8.4.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 9

CALCULUL ELEMENTELOR ÎNTINSE LA STAREA LIMITĂ DE REZISTENȚĂ

Ca și în capitolul 8, în acest capitol aplicațiile se bazează strict pe folosirea relațiilor de calcul din manualul „Beton armat", capitolul IV, utilizîndu-se ca atare numerotările relațiilor și figurilor din manual (fără a se preciza de fiecare dată acest lucru); unde este cazul apare și o numerotare locală la relații și figuri, specifică prezentului capitol.

A. ELEMENTE ÎNTINSE CENTRIC

Relațiile specifice de calcul sînt numerotate în manualul de „Beton armat" de la (IV.1) la (IV.4).

APLICAȚIA 9.1

Tirantul arcului reprezentat schematic în figura IV.2 este supus unei forțe de întindere cu valoarea de calcul de 1 000 kN.

Tirantul se realizează din beton B 200 și oțel PC 60. Lungimea tirantului este de 30 m și este suspendat de arc în dreptul treimilor lungimii lui.

Se cere dimensionarea armăturii din tirant și dispunerea ei pe secțiunea transversală.

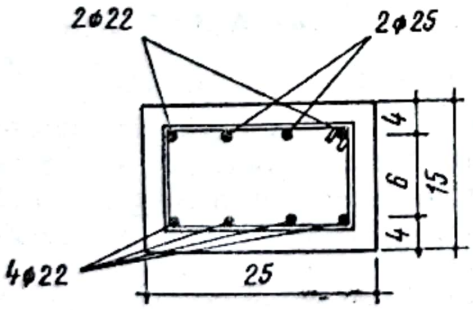


Fig. 9.1

În prima aproximație se consideră tirantul ca fiind supus la întindere centrică și se află aria necesară de armătură întinsă cu relația (IV.4):

$$A_a = \frac{N}{0{,}9R_a} = \frac{100\,000}{0{,}9 \cdot 3\,400} = 32{,}68 \text{ cm}^2.$$

Se aleg ca armături 6 Ø 22+2 Ø 25 (22,8+ +9,80=32,6 cm²). Alcătuirea tirantului în secțiune transversală și dispunerea armăturii corespunde figurii 9.1.

B. ELEMENTE ÎNTINSE EXCENTRIC

Relațiile specifice de calcul sînt numerotate în manualul de „Beton armat" de la (IV.5) la (IV.23).

Scanned with OKEN Scanner

APLICAȚIA 9.2

La tirantul din aplicația 9.1 să se țină seama și de efectul momentelor încovoietoare produse de greutatea proprie a tirantului între punctele de suspendare.

Greutatea proprie a tirantului pe metru liniar se calculează astfel:

— aria netă a secțiunii de beton:

$$A_{b.net}=b\cdot h-A_a=15\cdot 25-32{,}6=342{,}4\ \text{cm}^2;$$

— greutatea betonului pe metru liniar:

$$A_{b.net}\cdot 1{,}00\ \text{m}\cdot\gamma_b=0{,}034\ 24\ \text{m}^2\cdot 1{,}00\ \text{m}\cdot 2\ 200\ \text{daN/m}^3=75{,}32\ \text{daN/m};$$

— greutatea oțelului/m liniar:

$$0{,}003\ 26\cdot 1{,}00\cdot 7\ 850=25{,}59\ \text{daN/m}.$$

— greutatea totală a tirantului, pe m:

$$g=75{,}32+25{,}59=100{,}91\ \text{daN/m}.$$

Dacă se ține seama și de greutatea etrierilor, se poate admite că $g=103$ daN/m. Valoarea de calcul a greutății proprii:

$$g_c=n\cdot g=1{,}1\cdot 103=113{,}3\ \text{daN/m}.$$

Momentul încovoietor maxim se dezvoltă în dreptul unui tirant de suspendare:

$$M_2=\frac{g_c l^2}{12}=\frac{113{,}3\cdot 10^2}{12}=944\ \text{daN}\cdot\text{m}.$$

Ariile necesare de armătură se determină cu relațiile (IV.11′ și IV.12′), în care e și e' se stabilesc pe baza relațiilor (IV.7 și IV.8)

$$h_a=6\ \text{cm (conform fig. 9.1)};$$

$$e_0=\frac{M_2}{N}=\frac{94\ 400}{100\ 000}=0{,}944\ \text{cm}<\frac{h_a}{2}=3\ \text{cm}.$$

Întrucît $e_0<h_a/2$, solicitarea este de întindere excentrică cu excentricitate mică.

$$e'=\frac{h_a}{2}+e_0=3+0{,}944=3{,}944\ \text{cm};$$

$$e=\frac{h_a}{2}-e_0=3-0{,}944=2{,}056\ \text{cm};$$

$$A_a=\frac{N\cdot e'}{0{,}9h_a\cdot R_a}=\frac{100\ 000\cdot 3{,}944}{0{,}9\cdot 6\cdot 3\ 400}=21{,}48\ \text{cm}^2;$$

$$A'_a=\frac{N\cdot e}{0{,}9h_a\cdot R_a}=\frac{100\ 000\cdot 2{,}056}{0{,}9\cdot 6\cdot 3\ 400}=11{,}20\ \text{cm}^2.$$

Suma armăturilor: $A_a+A'_a=21{,}48+11{,}20=32{,}68\ \text{cm}^2$, deci este aceeași ca în cazul tirantului întins centric din aplicația 9.1.

Scanned with OKEN Scanner

Aşa cum rezultă din figura IV.1, *a*, momentul încovoietor are valoare maximă pe reazem şi semn negativ, dar există şi în cîmp un moment încovoietor pozitiv, cu valoarea cît jumătate din cel de pe reazem:

$$M_1=\frac{g_c\cdot l^2}{24}=\frac{M_3}{2}=\frac{944}{2}=472 \text{ daN}\cdot\text{cm}.$$

Corespunzător acestui moment încovoietor şi forţei axiale date, se calculează armăturile necesare în cîmp:

$$e_0=\frac{M_1}{N}=\frac{47\,200}{100\,000}=0{,}472 \text{ cm}<\frac{h_a}{2}=3 \text{ cm};$$

$$e'=\frac{h_a}{2}+e_0=3+0{,}472=3{,}472 \text{ cm};$$

$$e=\frac{h_a}{2}-e_0=3-0{,}472=2{,}528 \text{ cm};$$

$$A_a=\frac{100\,000\cdot 3{,}472}{0{,}9\cdot 6\cdot 3\,400}=18{,}91 \text{ cm}^2;$$

$$A'_a=\frac{100\,000\cdot 2{,}528}{0{,}9\cdot 6\cdot 3\,400}=13{,}77 \text{ cm}^2.$$

Suma celor două arii este: $A_a=A'_a=32{,}68$ cm². Şi în acest caz suma este aceeaşi ca în cazul întinderii centrice din aplicaţia 9.1.

Trebuie însă subliniat faptul că, din cauză că momentul încovoietor schimbă de semn, armăturile A_a şi A'_a, de pe reazem, în cîmp devin A'_a şi A_a. Deci, pentru armarea corectă a tirantului trebuie considerată la faţa superioară a tirantului armătura A_a rezultată pe reazem, care este de 21,48 cm², iar la faţa inferioară armătura A_a din cîmp, care este de 18,91 cm².

Consumul real de oţel pe secţiune, în cazul considerării efectului greutăţii proprii a tirantului, este de:

$$21{,}48+18{,}91=40{,}39 \text{ cm}^2.$$

Faţă de cazul întinderii centrice, consumul de oţel creşte cu $(40{,}39-32{,}6)=7{,}79$ cm² sau, procentual, cu $7{,}79/32{,}6=23{,}9\%$.

După cum se vede, numai datorită greutăţii proprii a tirantului, creşterea este deosebit de importantă. Pentru a reduce cît mai mult acest spor se poate proceda în mai multe moduri, şi anume:

— se îndesesc tiranţii de suspendare;

— se măreşte înălţimea secţiunii tirantului;

— se consideră o redistribuţie a momentelor încovoietoare între secţiunile de reazeme şi cele din cîmp ale tirantului, ca urmare a deformării lui plastice.

În acest din urmă caz se poate lucra cu momente încovoietoare egale în cîmp şi pe reazem:

$$M_1=M_2=\frac{g_c\cdot l^2}{16}.$$

Scanned with OKEN Scanner

Refăcînd calculele în această ultimă ipoteză, se obține:

$$M_1 = M_2 = \frac{113{,}3 \cdot 10^2}{16} = 708 \text{ daN} \cdot \text{cm}.$$

Momentele încovoietoare fiind egale, calculul se efectuează o singură dată și este valabil și în cîmp și pe reazem, astfel:

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{70\,800}{100\,000} = 0{,}708 \text{ cm};$$

$$e' = 3 + 0{,}708 = 3{,}708 \text{ cm};$$

$$e = 3 - 0{,}708 = 2{,}292 \text{ cm};$$

$$A_a = \frac{N \cdot e'}{0{,}9\, h_a \cdot R_a} = \frac{100\,000 \cdot 3{,}708}{0{,}9 \cdot 6 \cdot 3\,400} = 20{,}2 \text{ cm}^2;$$

$$A_a' = \frac{N \cdot e}{0{,}9\, h_a R_a} = \frac{100\,000 \cdot 2{,}292}{0{,}9 \cdot 6 \cdot 3\,400} = 12{,}48 \text{ cm}^2.$$

Întrucît momentele încovoietoare sînt egale și de semne contrarii, elementul trebuie armat la ambele fețe cu $A_a = 20{,}2$ cm² — (4 Ø25).

Secțiunea tirantului astfel armat este asemănătoare cu cea din figura 9.1 în care toate barele sînt de 25 mm diametru.

APLICAȚIA 9.3

Un siloz de cereale are celule de formă hexagonală cu latura de 3 m lungime și grosimea peretelui de 20 cm. Valoarea de calcul a presiunii orizontale a cerealelor pe 1 m² de perete este de 5 000 daN/m².

Se cere determinarea ariei de armătură în perete și dispunerea ei în secțiune.

Elementele necesare pentru calculul eforturilor în peretele celulei se dau în figura 9.2. Celula de siloz are înălțime mare (de ordinul 30—35 m), dar se consideră numai un inel orizontal de la baza celulei cu înălțimea de un metru.

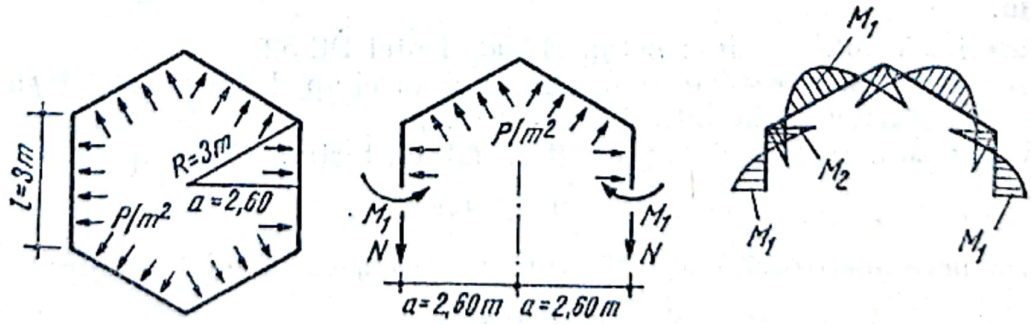


Fig. 9.2. Elemente de calcul pentru aplicația 9.3.

Pe înălțimea de 1 m presiunea pe metru pătrat de perete devine presiune pe metru liniar de contur. În aceste condiții eforturile pentru calculul peretelui sînt:

$$N = p \cdot a = 5\,000 \cdot 2{,}60 = 13\,000 \text{ daN/m};$$

Scanned with OKEN Scanner

$$M_1 = \pm\frac{p \cdot l^2}{24} = \pm\frac{5\,000 \cdot 3^2}{24} = \pm 1\,875 \text{ daN} \cdot \text{m/m};$$

$$M_2 = \pm\frac{p \cdot l^2}{12} = \pm\frac{5\,000 \cdot 3^2}{12} = \pm 3\,750 \text{ daN} \cdot \text{m/m}.$$

Momentele încovoietoare pot avea semnul — sau +, pentru că un perete de celulă este, de regulă, perete comun a două celule vecine. Momentul încovoietor într-o secțiune dată își modifică semnul după cum o celulă este încărcată și celula vecină este goală sau invers. Dacă ambele celule sînt încărcate atunci nu apar momente încovoietoare, dar forța de întindere se dublează. În figura 9.3, considerînd numai două celule vecine (în realitate sînt grupate mai multe), se prezintă grafic cele afirmate.

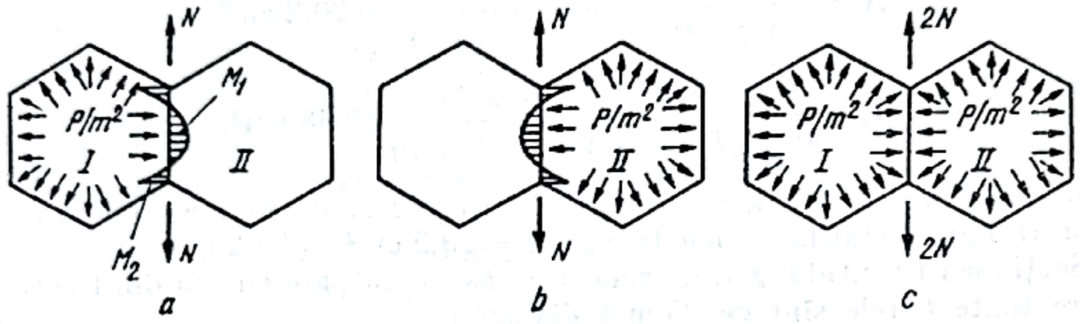


Fig. 9.3. Situațiile de încărcare de luat în considerație pentru calculul peretelui comun dintre cele două celule hexagonale:
a — celula I încărcată, celula II goală ; *b* — celula I goală, celula II încărcată ; *c* — ambele celule încărcate.

Elementele geometrice de calcul sînt:

— grosimea peretelui, care joacă rol de înălțime a secțiunii, $h = 20$ cm;

— înălțimea de 1,00 m, care joacă rol de lățime a secțiunii, $b = 100$ cm;

— distanțele de la fața peretelui la centrul de greutate al armăturii apropiate de fața respectivă: $a = a' = 3$ cm;

— distanța între centrele de greutate ale armăturilor: $h_a = 20 - (3+3) = 14$ cm.

Materialele folosite sînt: beton B 200 și oțel PC 52.

Calculul se efectuează în două secțiuni: în cîmp, la mijlocul laturii peretelui, și la extremitățile laturii (la reazeme).

În ipoteza ambelor celule pline (fig. 9.3, c), forța axială este:

$$2N = 2 \cdot 13\,000 = 26\,000 \text{ daN}.$$

Aria necesară (totală) de armătură pentru această ipoteză este:

$$A_a = \frac{2N}{0{,}9R_a} = \frac{26\,000}{0{,}9 \cdot 2\,900} = 9{,}96 \text{ cm}^2.$$

Pe fiecare față a peretelui se dispune jumătate din această arie: $9{,}96/2 = 4{,}98$ cm².

Calculul în ipoteza încărcării peretelui pe o singură față (fig. 9.3, *a*, *b*) trebuie efectuat atît pentru mijlocul deschiderii peretelui cît și pentru marginile lui verticale (muchia dintre doi pereți vecini).

Scanned with OKEN Scanner

Calculul pentru secțiunea din mijlocul deschiderii

$$N=13\,000 \text{ daN/m};$$

$$M=1\,875 \text{ daN}\cdot\text{m/m};$$

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{187\,500 \text{ daN}\cdot\text{cm}}{13\,000 \text{ daN}}=14{,}42 \text{ cm}.$$

Excentricitatea $e'=\frac{h_a}{2}+e_0=\frac{14}{2}+14{,}42=21{,}42$ cm.

În ipoteza armăturii simetrice, armătura se calculează cu relația (IV. 23)

$$A_a=A_a'=\frac{N\cdot e'}{h_a\cdot R_a}=\frac{13\,000\cdot 21{,}42}{14.2\,900}=6{,}86 \text{ cm}^2.$$

Calculul pentru secțiunea de reazem:

$$N=13\,000 \text{ daN/m};$$

$$M=3\,750 \text{ daN}\cdot\text{m/m};$$

$$e_0=\frac{M}{N}=\frac{375\,000 \text{ daN}\cdot\text{cm}}{13\,000 \text{ daN}}=28{,}85 \text{ cm};$$

$$e'=e_0+\frac{h_a}{2}=28{,}85+\frac{14}{2}=35{,}85 \text{ cm}.$$

Aria de armătură întinsă, care se ia egală cu cea comprimată, se determină cu relația (IV.23):

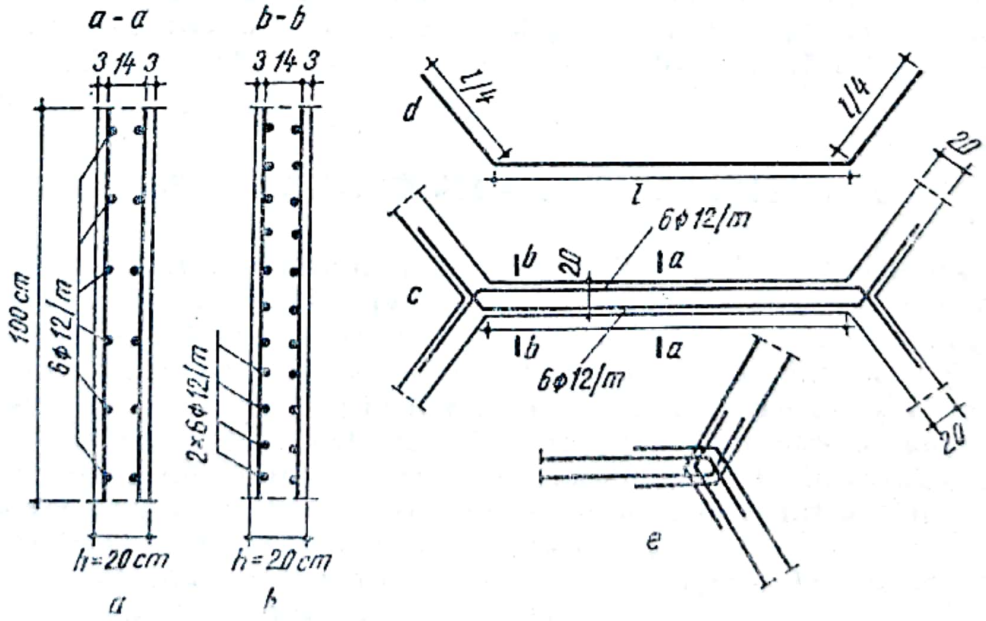


Fig. 9.4. Detalii de armare la peretele de siloz din aplicația 9.3:
a — armarea secțiunii din cîmpul peretelui ; *b* — armarea secțiunii la reazeme ; *c* — forma armăturilor orizontale și dispoziția lor în perete ; *d* — forma de fasonare a unei bare orizontale ; *e* — petrecerea armăturilor la colț dintr-un perete în altul.

Scanned with OKEN Scanner

$$A_a = A_a' = \frac{13\,000 \cdot 35{,}85}{14 \cdot 2\,900} = 11{,}48 \text{ cm}^2.$$

Comparînd ariile de armătură rezultate se constată că rezultă arii de armătură mai mari în ipoteza încărcării unilaterale a peretelui (fig. 9.3, *a*, *b*) decît în ipoteza încărcării lui bilaterale (fig. 9.3, *c*).

Modul de dispunere a armăturii în secţiunea peretelui precum şi în plan rezultă din figura 9.4. Din figură se pot observa următoarele:

— în perete, atît pe o faţă cît şi pe cealaltă, există un singur tip de bară orizontală, bara din figura 9.4, *d*. Aceasta merge pe toată lungimea peretelui, trece de nodul format la intersecţia celor trei pereţi şi se ancorează într-unul din pereţii care concură în nod;

— prin modul de petrecere a barelor dintr-un perete în alt perete se obţine o dublare a ariei de armătură în fiecare perete, pe o distanţă de $l/4$ (o pătrime din lungimea peretelui). Astfel, pentru o arie dată de armătură în cîmp, pe reazeme această arie se dublează. În felul acesta se răspunde foarte bine necesităţii, arătată de calcul, de a dubla armătura în secţiunile de la reazeme.

Scanned with OKEN Scanner

Capitolul 10

EXEMPLU DE PROIECTARE A UNUI PLANȘEU

APLICAȚIA 10.1

O clădire parter, de tip sală, are forma dreptunghiulară în plan cu laturile, măsurate interax, de 12 și 18 m. Sala este mărginită pe contur de ziduri portante cu grosimea de 1 1/2 cărămizi (37,5 cm). Planșeul de acoperiș se realizează din beton armat monolit folosind beton B 200 și oțel PC 60. Se cere proiectarea și calculul acestui planșeu.

Observație preliminară

În practica construcțiilor din țara noastră, în etapa actuală, planșeul de acoperiș al unei astfel de săli se realizează din elemente prefabricate de beton precomprimat de 12 m deschidere și 1,5 m lățime (ECP-1,5 × 12).

Dacă numărul elementelor prefabricate pentru un obiectiv dat rezultă prea mic sau dacă obiectivul este situat într-o zonă greu accesibilă mijloacelor de transport pentru prefabricate grele și cu gabarit mare, soluția cu planșeu din beton armat monolit poate fi mai avantajoasă. În prezenta aplicație se consideră că sînt îndeplinite condițiile ca planșeul monolit să reprezinte soluția recomandabilă.

Există numeroase posibilități de realizare constructivă a planșeului sub aspectul modului de dispunere a grinzilor și implicit a tipurilor de plăci care rezultă. În prezenta aplicație se adoptă soluția cu grinzi dispuse pe o singură direcție, situație în care și placa va rezulta armată tot pe o singură direcție.

A. ASPECTE PRIVIND ALCĂTUIREA DE ANSAMBLU

În cazul sălilor cu forma dreptunghiulară în plan, dacă se adoptă soluția de planșeu cu grinzile dispuse pe o singură direcție, aceasta corespunde totdeauna cu direcția laturii scurte a sălii. Prin urmare, în cazul de față grinzile se dispun pe direcția laturii de 12,00 m, la distanțe egale între ele. Pe figura 10.1, distanțele între axele grinzilor s-au notat cu l_1. Distanța l_1 se poate adopta cu diferite valori. Valoarea ei optimă rezultă dintr-un calcul avînd drept criteriu costul minim al planșeului în ansamblul său. În cazul prezentei aplicații s-a adoptat $l_1 = 3{,}60$ m și corespunde unei alcătuiri a planșeului cu un număr total de patru grinzi (v. fig. 10.1).

Dacă se adoptă alcătuirea cu 5 grinzi rezultă $l_1 = 3{,}00$ m, iar pentru alcătuirea cu trei grinzi rezultă $l_1 = 4{,}50$ m.

Oricare din aceste trei alcătuiri poate fi considerată acceptabilă. În cazul distanței mai mici între grinzi rezultă placa planșeului de grosime mai mică și grinzile, de asemenea, de înălțime mai redusă dar crește numărul grinzilor. În cazul distanței mai mari între grinzi rezultă placa de grosime mai mare, grinzile mai înalte, dar se reduce numărul lor.

Scanned with OKEN Scanner

În continuare se calculează și se detaliază varianta din figura 10.1 cu patru grinzi intermediare.

B. PREDIMENSIONAREA ELEMENTELOR

Prin predimensionare se înțelege determinarea, pe baza unor calcule aproximative simple, a dimensiunilor caracteristice ale elementelor structurii care se proiectează.

În cazul prezentei aplicații prin predimensionare trebuie stabilite următoarele elemente:

— grosimea plăcii, h_p;

— laturile secțiunii transversale a grinzii, b, h și forma ei în lung.

Dimensiunile caracteristice ale elementelor se pot determina, în primă aproximație, fie numai pe baza unor relații empirice între aceste dimensiuni și deschiderea de calcul a elementului respectiv, fie pe baza unor calcule sumare de rezistență sau, mai frecvent, folosind concomitent ambele căi.

În cazul prezentei aplicații, pentru predimensionarea elementelor se utilizează primul procedeu de alegere a dimensiunilor caracteristice, bazat pe relații empirice.

1. PREDIMENSIONAREA PLĂCII

Din figura 10.1 rezultă că un panou de placă are laturile $l_1=3{,}60$ m și $l_2=L_2=12$ m. Raportul $l_2/l_1=12{,}00/3{,}60=3{,}34>2$, deci placa intră în categoria celor cu o singură direcție activă în preluarea și transferarea încărcărilor la reazeme; asemenea plăci se numesc armate pe o direcție.

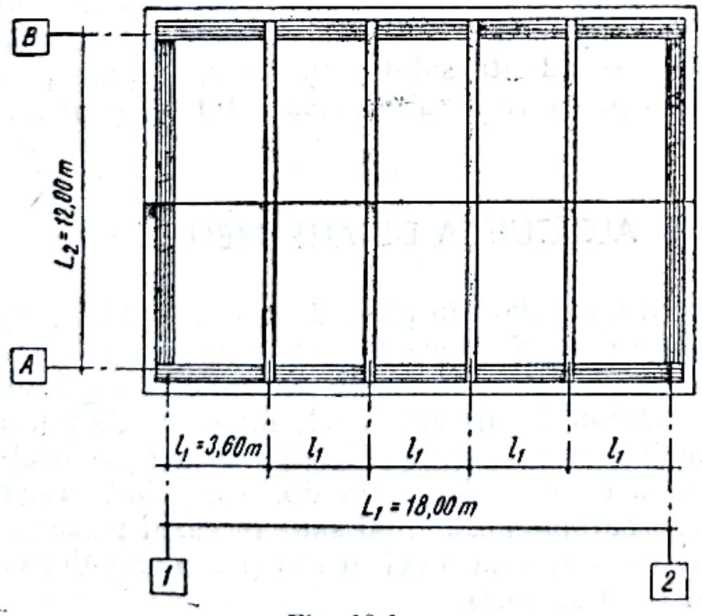


Fig. 10.1

Conform prevederilor capitolului III din manualul „Beton armat", la paragraful D.3 „Prescripții de alcătuire constructivă la plăci", grosimea minimă a plăcilor armate pe o direcție, în cazul rezemării simple pe contur este dată de relația $h_{p\,min}=l_{1/30}$. Cum în cazul de față placa este continuă pe mai multe cîmpuri $h_{p\,min}=l_{1/40}=360/40=9$ cm.

Aceste recomandări sînt valabile la plăcile pentru care acționează încărcări temporare (utile) mari. La planșeul de acoperiș, încărcarea temporară este foarte redusă față de încărcarea permanentă, pentru că este dată numai de zăpadă. În asemenea situații grosimea plăcii poate să scadă pînă la $h_p=l_{1/50}=360/50=7{,}2$ cm.

În calculul exact al plăcii se va verifica dacă grosimea aleasă este sau nu satisfăcătoare sub aspectul respectării procentului optim de armare care este de 0,4...0,6%.

Scanned with OKEN Scanner

2. PREDIMENSIONAREA GRINZII

În manualul „Beton armat", capitolul III, paragraful C.1, se arată că la grinzile secundare înălțimea secțiunii $h \geqslant \frac{l}{20}$, iar la cele principale, $h \geqslant \frac{l}{15}$, în care l este deschiderea grinzii, respectiv 12,00 m. În acest caz planșeul având numai o categorie de grinzi, ele pot fi considerate principale, deci se poate adopta $h = \frac{l}{15} = \frac{12}{15} = 0{,}80$ m. Fiind planșeu de acoperiș este necesară asigurarea evacuării apelor din precipitații prin realizarea unei pante de scurgere. Pentru planșeele de beton armat monolit panta de 3...4% poate fi considerată satisfăcătoare. Poate fi adoptată și o valoare mai mică sau mai mare a pantei, după soluția constructivă aleasă pentru structura acoperișului. Panta se realizează totdeauna pe direcția laturii scurte a planului clădirii, pentru ca apele să parcurgă un drum cît mai scurt pînă la evacuarea lor de pe acoperiș; deci, panta se formează în lungul laturii de 12 m a sălii respectiv în lungul grinzilor. Astfel, grinzile rezultă cu fața superioară în două pante,

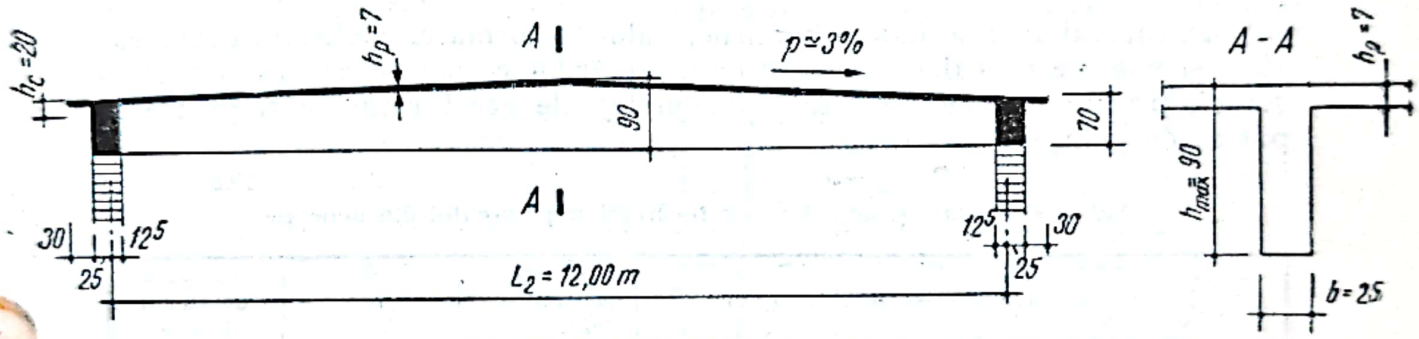


Fig. 10.2

deci cu înălțimea secțiunii variabile (fig. 10.2). Înălțimea $h=80$ cm, stabilită anterior, trebuie considerată ca valoare medie. Pentru panta de aproximativ 3% rezultă o diferență de 20 cm între înălțimea minimă și maximă a secțiunii grinzii. Ținînd seama că înălțimea medie a secțiunii este de 80 cm rezultă că înălțimea minimă este de 70 cm, iar cea maximă de 90 cm (fig. 10.2).

Pentru alegerea lățimii grinzii se ține seama de recomandarea potrivit căreia:

$$b = \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}\right) h = \left(\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}\right) 90 = 45 \div 22{,}5 \text{ cm}.$$

Se alege $b=25$ cm, valoare cuprinsă în intervalul 45...22,5 cm.

Observație. Oricare dintre dimensiunile adoptate în cadrul etapei de predimensionare poate fi schimbată în urma calculului exact, dacă se dovedește a fi nesatisfăcătoare sub aspectul armării raționale. Sub acest aspect, dimensiunile geometrice ale secțiunii transversale ale unui element se consideră bine alese atunci cînd procentul de armare are valori cuprinse în intervalul de optimum pentru elementul respectiv. Pentru această placă, așa cum s-a arătat anterior, procentul optim de armare este cuprins în intervalul 0,4... ..0,6%, iar la grinzi între 0,8 și 1,2%.

C. CALCULUL ELEMENTELOR PLANȘEULUI

1. CALCULUL PLĂCII

Calculul oricărui element de beton armat presupune parcurgerea următoarelor etape:

— determinarea încărcărilor — valori normate și valori de calcul;
— stabilirea schemei de calcul și a elementelor ei caracteristice;
— determinarea solicitărilor;
— dimensionarea armăturii;
— armarea elementului.

a. Determinarea încărcărilor. Asupra plăcii planșeului acționează încărcări permanente și încărcări temporare.

În încărcările permanente intră:

— greutatea izolațiilor (termică și hidrofugă);
— greutatea straturilor intermediare (de egalizare, de protecție a hidroizolațiilor etc.);
— greutatea proprie a plăcii;
— greutatea tencuielii de pe intradosul plăcii (atunci cînd aceasta este necesară).

În tabelul 10.1 se dau denumirile, valorile normate, coeficienții încărcărilor și valorile de calcul ale tuturor încărcărilor ce acționează asupra planșeului, precum și valorile totale (însumate) ale acestor încărcări pe metru pătrat de planșeu.

Tabelul 10.1

Valorile normate și de calcul ale încărcărilor planșeului din aplicație

Denumirea stratului și alcătuirea lui	Valoare normată daN/m²	n	Valoarea de calcul daN/m²
1. Strat de protecție a hidroizolației din nisip cu Ø1...3 mm, așternut uniform	5	1,3	6,5
2. Hidroizolație din trei straturi de carton bitumat între patru straturi de bitum fierizat	17,5	1,2	21
3. Strat de egalizare la fața superioară a izolației termice, 1 cm mortar — grosime medie	20	1,3	26
4. Izolație termică din plăci de beton celular autoclavizat de 10 cm grosime	65	1,3	84,5
5. Strat-suport al termoizolației din nisip, 2 cm grosime	32	1,3	41,6
6. Barieră de vapori formată dintr-un strat de carton bitumat între două straturi de bitum	6	1,2	7,2
7. Strat de egalizare la fața superioară a plăcii planșeului din mortar de ciment, grosimea medie de 1 cm	20	1,3	26
8. Greutatea proprie a plăcii de 7 cm grosime	175	1,2	210
9. Tencuială din mortar 2 cm grosime	40	1,3	52
Total încărcări permanente	$g^n=380$	$n^{med.}=1,25$	$g=475$
10. Încărcarea temporară dată de zăpadă	$p^n=100$	1,4	$p=140$
Valoarea totală a încărcării/m² de planșeu	$q^n=480$		$q=615$

Scanned with OKEN Scanner

În figura 10.3 sînt indicate straturile care intră în alcătuirea planșeului și care determină încărcările permanente.

În tabelul 10.1 încărcările permanente sînt trecute în ordinea lor pe verticală de sus în jos, așa cum rezultă din figura 10.3.

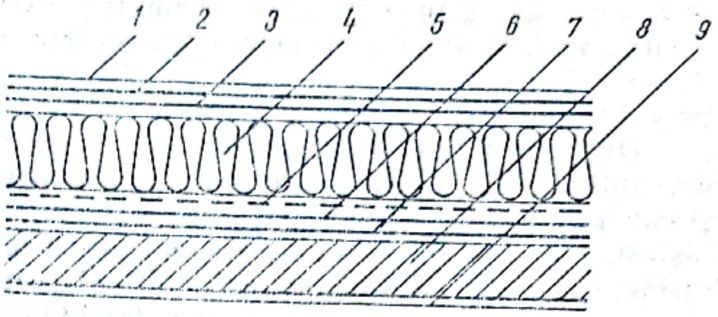


Fig. 10.3. Încărcări permanente care acționează asupra planșeului:
1 — strat de protecție a hidroizolației ; *2* — hidroizolație ; *3* — strat de egalizare ; *4* — izolație termică ; *5* — strat-suport ; *6* — barieră de vapori ; *7* — strat de egalizare ; *8* — placa de beton armat a planșeului; *9* — tencuială.

b. **Stabilirea schemei de calcul a plăcii.** La predimensionarea plăcii s-a văzut că raportul laturilor unui panou este de 3,34, deci superior valorii 2; prin urmare, placa este din categoria celor armate pe o direcție.

Conform celor cunoscute din manualul „Beton armat", capitolul III, paragraful D, 2, la plăcile cu $\lambda > 2$, practic întreaga încărcare se transmite la reazeme pe direcția laturii scurte a panoului; deci, pentru calculul eforturilor se poate considera o fișie de lățime unitară pe direcția laturii scurte a panoului care

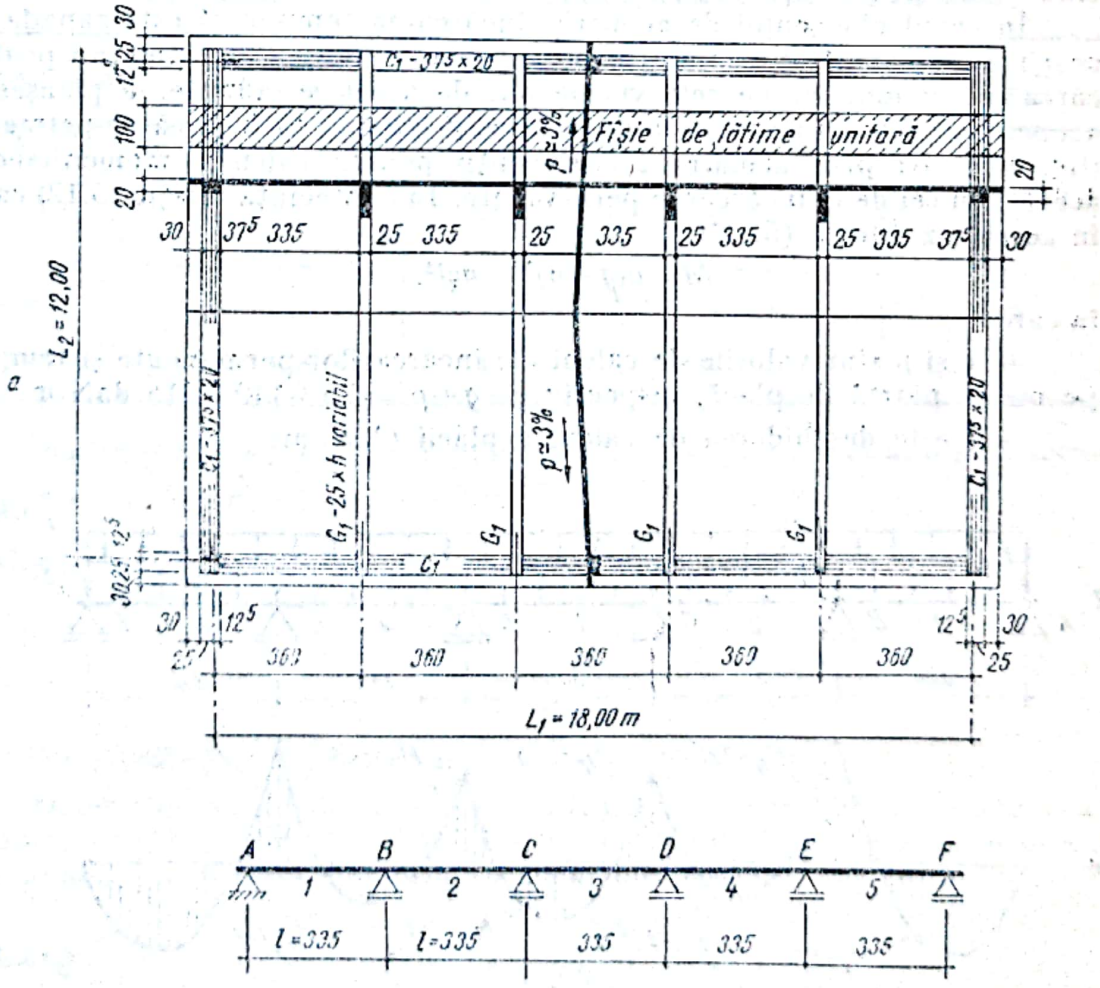


Fig. 10.4

se comportă ca grindă continuă rezemată la extremități pe ziduri, iar intermediar, pe grinzi. O fișie de lățime unitară s-a reprezentat haşurat pe figura 10.4, *a*. Această fișie este legată monolit de grinzile pe care reazemă și de centurile de pe zidurile transversale ale sălii.

După asimilarea fișiei de lățime unitară cu o grindă continuă pe direcția deschiderii mici a plăcii planșeului, în continuare stabilirea schemei statice și calculul solicitărilor urmează calea parcursă în aplicația 5.1 (fig. 5.4, *a*, *b*, *c* și *d*). Fișia de lățime unitară fiind legată monolit cu elementele de reazem (grinzi sau centuri), deschiderea de calcul se ia egală cu distanța între fețele reazemelor (adică egală cu lumina deschiderii). Rezultă schema statică din figura 10.4, *b*, care este o grindă continuă cu cinci deschideri egale, de 335 cm fiecare. Pe schemă s-a notat cu litere mari secțiunile caracteristice din axa reazemelor și cu cifre secțiunile caracteristice din cîmpurile deschiderilor.

c. **Determinarea solicitărilor.** La plăcile plane ale planșeelor, rezemate continuu pe conturul panourilor, singura solicitare care intervine la dimensionarea armăturii este momentul încovoietor.

Pentru determinarea valorilor momentelor încovoietoare în secțiunile caracteristice se utilizează relația (5.12) în care coeficienții *a* și *b* rezultă din tabelul 5.3 pentru grinda cu cinci deschideri egale. În capitolul 5 s-a arătat că încărcările permanente și utile intră în relația (5.12) cu coeficienți diferiți (*a* și *b*), pentru că încărcarea permanentă acționează după o schemă unică, pe cînd încărcările temporare mobile pot acționa după orice schemă.

În cazul planșeului de acoperiș, încărcarea temporară este zăpada care, deși poate fi în strat neuniform pe suprafața planșeului, totuși nu poate încărca un panou, iar pe cele vecine nu, de aceea se admite, la planșeele de acoperiș, că zăpada acționează după aceeași schemă cu încărcările permanente (fig. 10.5, *a*); prin urmare și coeficienții pentru calculul momentelor sînt aceeași cu cei de la încărcările permanente. În consecință relația (5.12) capătă, în acest caz, forma (5.12'):

$$M = a(g+p)l^2 = aql^2, \qquad \text{(a)}$$

în care:

— g și p sînt valorile de calcul ale încărcărilor permanente și temporare pe metru pătrat de placă, respectiv $q = g+p = 475+140 = 615$ daN/m;

— l este deschiderea de calcul a plăcii (335 cm).

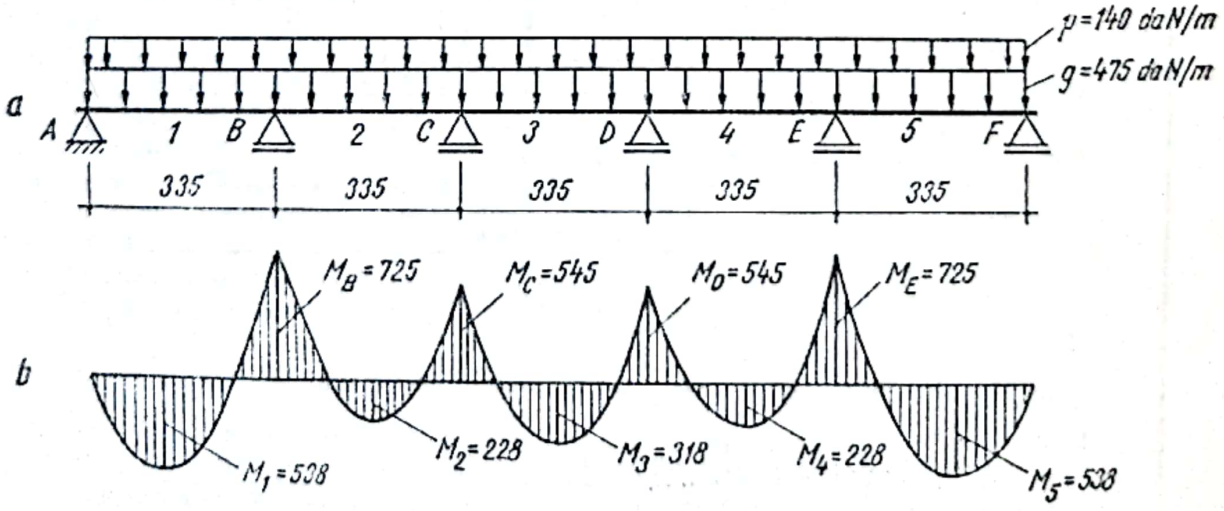


Fig. 10.5

Scanned with OKEN Scanner

Folosind relaţia (a) şi cu ajutorul coeficienţilor a pentru grinda cu cinci deschideri egale din tabelul 5.3, se determină valorile de calcul ale momentelor încovoietoare ale plăcii în secţiunile caracteristice. Aceste valori sînt trecute în tabelul 10.2 şi reprezentate grafic în figura 10.5, *b*.

Tabelul 10.2

Valorile de calcul ale momentelor încovoietoare ale plăcii în secţiunile caracteristice

Secţiunea	Coeficienţii a	ql^2	Valoarea de calcul a momentului, în daNm/m
1	+0,078	6 902	+538
B	−0,105	6 902	−725
2	+0,033	6 902	+228
C	−0,079	6 902	−545
3	+0,046	6 902	+318

d. **Dimensionarea armăturii.** Calculul ariilor necesare de armătură în secţiunile caracteristice din cîmpuri şi de la reazeme se poate sistematiza într-un tabel. Pentru prezenta aplicaţie calculul ariilor necesare de armătură este sistematizat în tabelul 10.3.

Tabelul 10.3

Valorile ariilor necesare de armătură în secţiunile caracteristice ale plăcii

Secţiunea	Momentul daN·m/m	B	μ	$A_{a,nec}$ cm²/m
1	538	17,79	0,585	3,22
B	725	23,97	0,828	4,55
2	228	7,54	0,232	1,28
C	545	18,02	0,593	3,26
3	318	10,51	0,329	1,81

Pentru grosimea de 7 cm a plăcii, înălţimea utilă a secţiunii se determină cu relaţia: $h_0 = h_p - 1{,}5 = 7 - 1{,}5 = 5{,}5$ cm.

Relaţia cunoscută, $B = \frac{M}{b \cdot h_0^2}$, capătă la plăci forma:

$$B = \frac{M}{100 \cdot h_0^2}, \qquad \text{(b)}$$

întrucît lăţimea b a fişiei de calcul s-a adoptat de 1 m.

Determinînd valorile coeficientului B pentru fiecare secţiune cu relaţia (b) şi folosind tabelul 12 din anexă se determină procentele de armare necesare iar apoi ariile necesare de armătură cu relaţia:

$$A_{a\ nec} = \mu(\%) b h_0 = \frac{\mu}{100} \cdot 100 \cdot h_0 = \mu \cdot h_0. \qquad \text{(c)}$$

Rezultatele obţinute se găsesc în ultima coloană a tabelului 10.3.

Scanned with OKEN Scanner

e. **Armarea plăcii cu plase legate.** Pentru alegerea barelor necesare armării, se ține seama de prescripțiile constructive referitoare la armarea plăcilor cu plase legate, expuse în manualul „Beton armat", capitolul III, paragraful *D*, 3, *b*.

Necesitatea respectării tuturor prevederilor cu privire la:

— diametrele uzuale folosite;
— tipurile de bare;
— numărul minim și maxim de bare pe metru de placă;
— asigurarea repetării ritmice a fiecărui tip de bară;

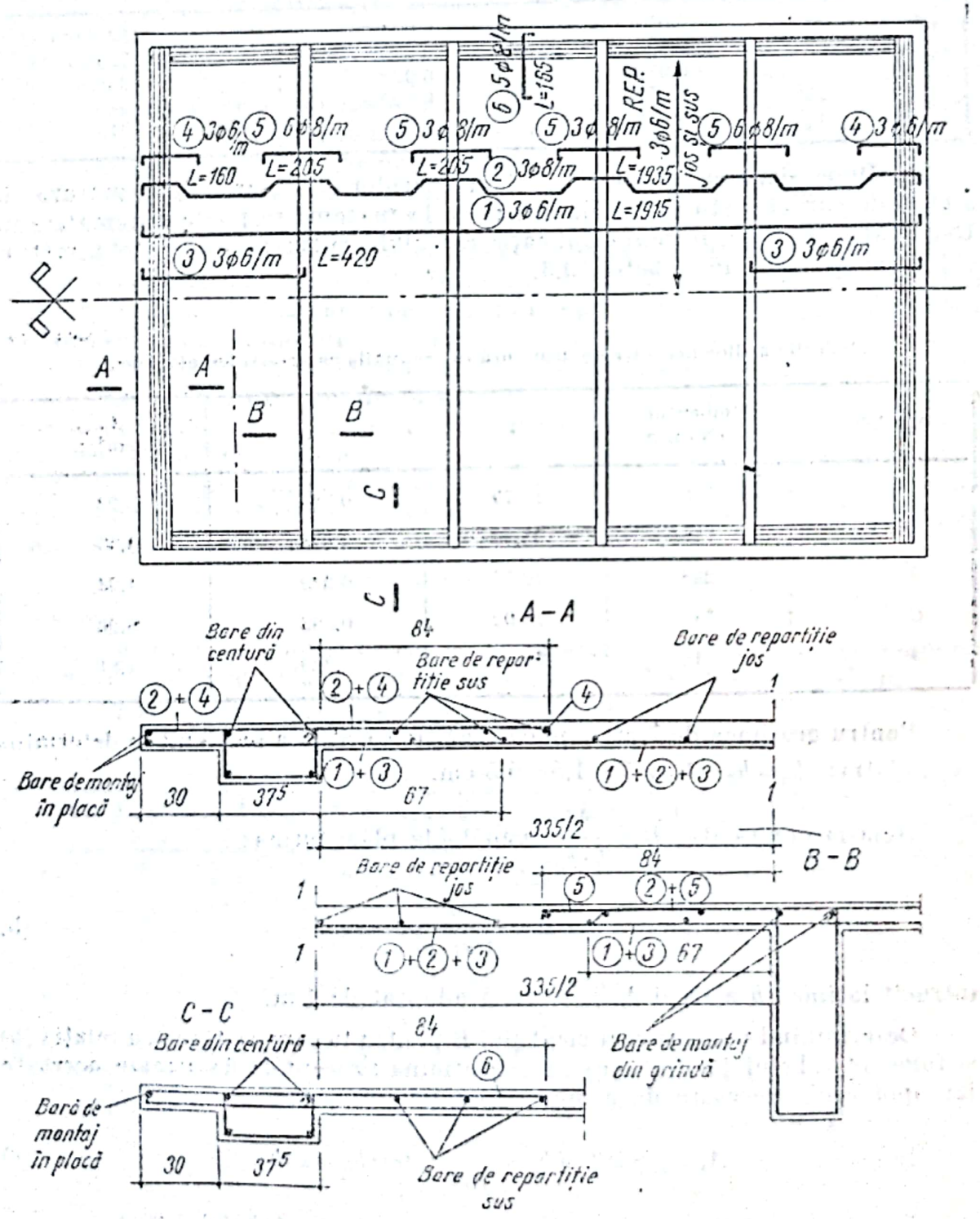


Fig. 10.6

Scanned with OKEN Scanner

Determină apariţia unor diferenţe între ariile de armătură necesare (rezultate din calcul) şi ariile efectiv dispuse în placă care rezultă în urma respectării tuturor prevederilor constructive. Pentru evitarea consumului suplimentar de oţel este necesar ca diferenţa dintre aria de armătură efectiv dispusă şi cea necesară să fie cît mai mică, eventual chiar nulă.

Pornind de la ariile necesare de armătură din tabelul 10.3 şi ţinînd seama de prevederile constructive cu privire la armarea plăcilor cu plase legate, rezultă ca una din variantele posibile de armare cea reprezentată în figura 10.6. Pentru această variantă de armare, diferenţele dintre ariile necesare de oţel şi cele efective rezultă din tabelul 10.4.

Tabelul 10.4

Secţiunea	$A_{a,nec}$ cm²	$A_{a,efect}$ cm²	$\frac{A_{a,efect}-A_{a,nec}}{A_{a,nec}}$
1	3,22	3,18	− 1,24 %
B	4,55	4,53	− 0,4 %
2	1,28	2,34	+82,8 %
C	3,26	3,00	− 7,97 %
3	1,81	2,34	+29,28 %

Din tabelul 10.4 rezultă că în anumite secţiuni aria efectivă este mai mică decît cea necesară iar în alte secţiuni este mai mare. Asemenea diferenţe apar inevitabil şi în anumite limite ele trebuie să fie admise în favoarea obţinerii unei alcătuiri mai simple a armării şi deci a unor simplificări la lucrările de armătură.

Din ultima coloană a tabelului 10.4 se observă că în prima deschidere, atît în cîmp cît şi pe primul reazem intermediar, armătura efectiv dispusă este practic egală cu cea necesară din calcul. Într-o foarte mică măsură aria efectivă este inferioară celei necesare atît în cîmpul *1* cît şi pe reazemul *B*. Diferenţele pot fi considerate neglijabile. Aceste diferenţe, ambele cu semn negativ, sînt pe deplin compensate de faptul că la reazemul marginal, considerat în calcul fără continuitate la încovoiere (deci cu $M_A=0$), apare un anumit grad de încastrare ($M_A\neq 0$) care determină reducerea momentelor încovoietoare din cîmpul *1* şi din reazemul *B* şi deci reducerea ariilor necesare de armătură în raport cu cele rezultate din calcul. Pentru preluarea momentului de încastrare parţială în reazemul *A* a fîşiei unitare s-au dispus armături la partea superioară: armăturile ridicate marca ②, 3 Ø8/m şi călăreţii marca ④, 3 Ø6/m. Se poate deci admite că armarea constructivă la moment negativ în reazemul *A* sporeşte siguranţa de rezistenţă la încovoiere a primei deschideri a plăcii.

În cîmpul *2* aria efectivă de armătură este mult superioară celei necesare (cu 82,8%). Această situaţie este inevitabilă cît timp nu se folosesc armări independente pentru fiecare cîmp, ci armături continue pe mai multe cîmpuri.

Modificarea armării numai pe cîmpul *2*, unde totdeauna momentele încovoietoare sînt mai mici decît în cîmpurile *1* şi *3* (v. fig. 10.5), ar însemna o complicare sensibilă a lucrărilor de armătură şi deci sporirea volumului de manoperă.

Scanned with OKEN Scanner

Cît privește cîmpul *3* și reazemele aferente acestei deschideri (*C* și *D*) se constată că pe reazeme s-a dispus ceva mai puțină armătură decît cea necesară (cu 7,97% mai puțină), iar în cîmp s-a dispus mai multă cu 29,28%. O asemenea situație a apărut tot ca urmare a respectării unei cerințe de armare cît mai simplă și mai rațională, astfel:

— placa, fiind relativ subțire, este necesar ca barele să nu fie la distanțe prea mari între ele (deci numărul de bare să nu scadă sub 5—6 bare/m);

— barele drepte de la partea inferioară pot avea diametrul minim folosit (Ø 6 mm), dar barele ridicate este indicat să nu coboare sub Ø 8 mm.

În lumina acestor cerințe armarea din cîmpul *3* poate fi considerată minim constructivă.

Cînd, pe considerente constructive și de armare rațională, apar diferențe în plus într-un cîmp și în minus pe reazemele aferente, aceste diferențe pot fi acceptate dacă sînt relativ mici (în general sub 15% la diferențele negative) și numai cu respectarea condiției ca suma dintre aria efectivă de armătură în cîmp și semisuma ariilor efective din reazemele aferente să fie mai mare sau egală cu suma dintre aria necesară de armătură în cîmp și semisuma ariilor necesare din reazemele aferente. În cazul de față, pentru cîmpul *3* și reazemele aferente, *C* și *D*, condiția formulată se scrie sub forma relației (d):

$$A_{a,ef\,3}+\frac{A_{a,ef,C}+A_{a,ef,D}}{2}\geqslant A_{a,nec.\,3}+\frac{A_{a,nec,C}+A_{a,nec,D}}{2}. \qquad \text{(d)}$$

Înlocuind valorile acestor arii se obține:

$$2{,}34+\frac{3{,}00+3{,}00}{2}>1{,}81+\frac{3{,}26+3{,}26}{2},$$

respectiv 5,34>5,07.

Armarea cu plase sudate nu reprezintă o soluție rațională pentru acest caz de placă, din două motive:

— dacă se urmărește evitarea supradimensionării rezultă tipuri multe de plase cu alcătuire specială, datorită ariilor necesare de armătură care diferă de la o secțiune la alta;

— plasele rezultă cu dimensiuni mici dar nu pot fi obținute prin tăierea din plase cu dimensiuni mai mari.

2. GRINDA

Pentru calculul și armarea grinzii se parcurg aceleași etape ca la placă.

a. **Determinarea încărcărilor.** Fiecare grindă preia încărcarea transmisă de zona aferentă de placă precum și greutatea ei proprie.

În mod simplificat se admite că placa se descarcă în mod egal la toate grinzile; deci, la fiecare grindă se transmite încărcarea de pe o lățime de placă de 3,60 m, așa cum rezultă din figura 10.7. Pe figură s-a indicat zona aferentă de placă numai pentru grinda G_2, dar ea este aceeași pentru toate grinzile (G_1—G_4).

Încărcarea transmisă de placă pe un metru de lungime a grinzii se determină cu relația:

$$q_1/\text{m}=q/m^2\cdot l_1; \qquad \text{(e)}$$

$$q/m^2=g/m^2+p/m^2; \qquad \text{(f)}$$

Scanned with OKEN Scanner

în care g și p sînt valorile de calcul ale încărcării permanente și temporare pe metru pătrat de placă. Din tabelul 10.1 rezultă că $g=475$ daN/m² și $p=140$ daN/m², deci $q=615$ daN/m² și $q_1=615\times3{,}60=2\,214$ daN/m².

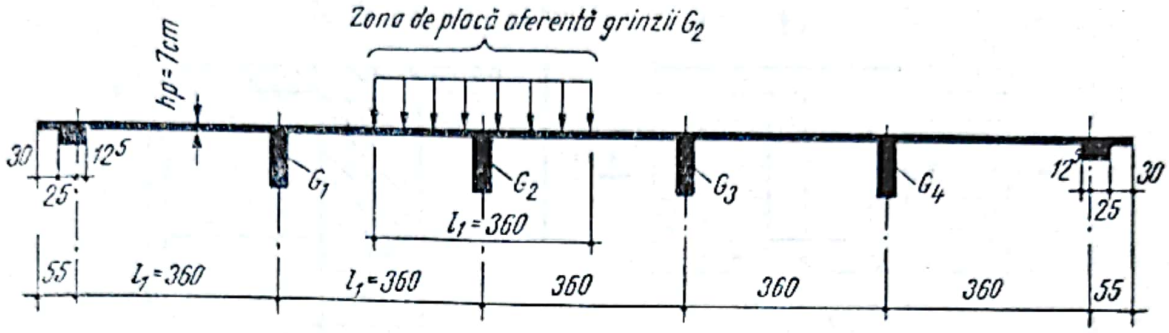


Fig. 10.7

Asupra grinzii acționează și greutatea ei proprie care, pe metru de lungime, se determină cu relația:

$$g_1^n=(h-h_p)\,b\cdot1{,}00\cdot\gamma_b, \qquad (g)$$

în care:

h este înălțimea medie a grinzii, inclusiv placa ($h_{med}=80$ cm);
h_p — grosimea plăcii (7 cm);
b — lățimea grinzii ($b=25$ cm);
1,00 — un metru de lungime a grinzii;
γ_b — greutatea volumetrică a betonului.

Întrucît greutatea plăcii a fost introdusă în q_1 prin relația (e), relația (g) dă valoarea normată a greutății proprii a grinzii, exclusiv placa, deci numai greutatea zonei haşurate din figura 10.8. După înlocuirile în relația (g) rezultă:

$$g_1^n=(0{,}80-0{,}07)\,0{,}25\cdot1{,}00\cdot2\,500=456\text{ daN/m}.$$

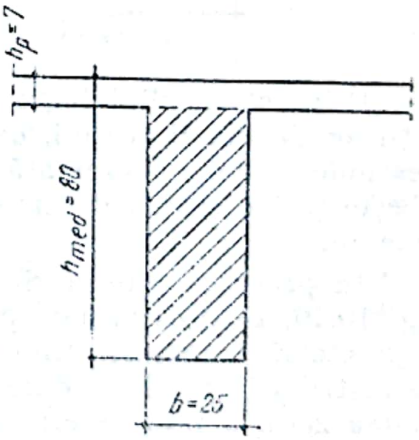


Fig. 10.8

Valoarea de calcul a greutății proprii a grinzii:

$$g_1=g_1^n\cdot n=456\cdot1{,}1=502\text{ daN/m}. \qquad (h)$$

Valoarea de calcul totală a încărcării distribuite pe metru de lungime de grindă rezultă:

$$q=q_1+g_1=2\,214+502=2\,716\text{ daN/m}. \qquad (i)$$

b. **Stabilirea schemei de calcul a grinzii și determinarea solicitărilor.** Grinda reazemă la cele două extremități pe pereții de zidărie prin intermediul unor îngroșări. Aceste îngroșări, numite cuzineți, au lățimea egală cu lățimea

Scanned with OKEN Scanner

zidului (37,5 cm) și lungimea în planul peretelui, de 50 cm. Astfel suprafața de rezemare a grinzii pe perete, la fiecare capăt, este de $37{,}5 \times 50$ cm² (v. fig. 10.9).

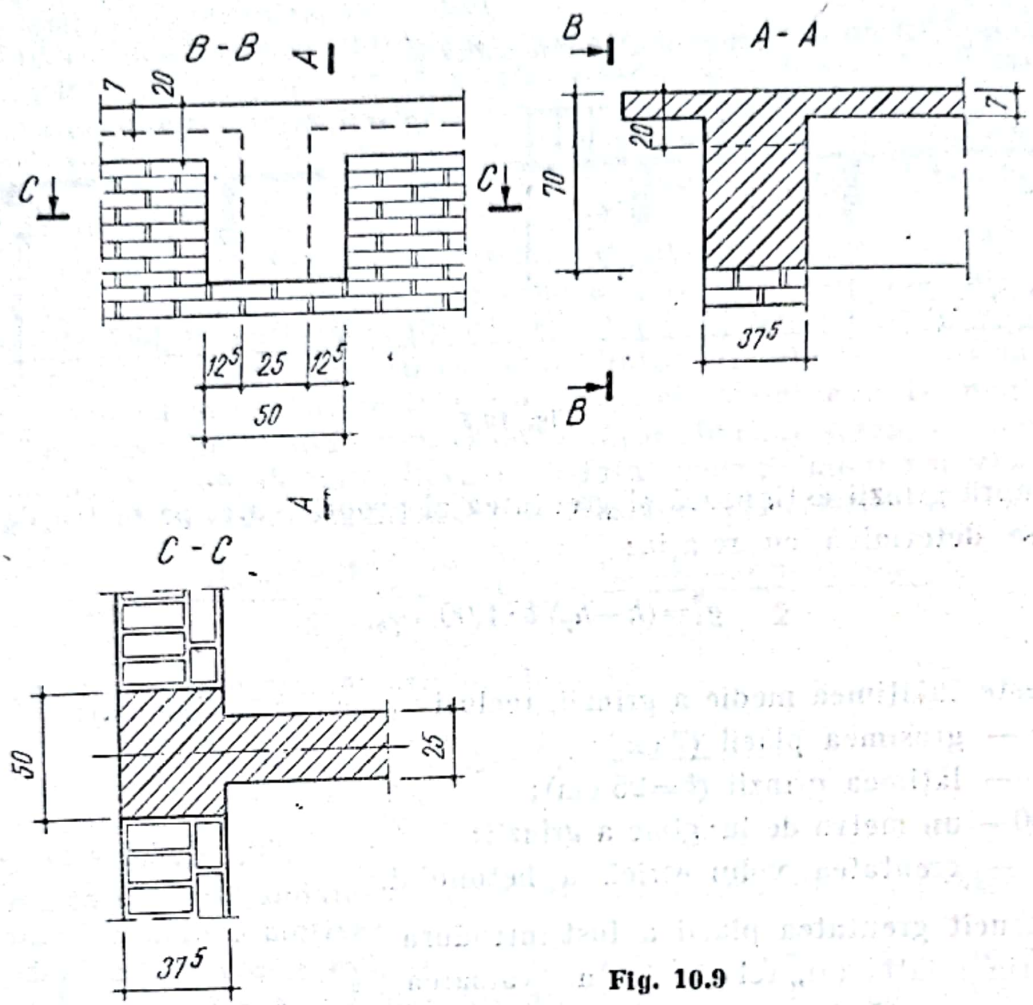


Fig. 10.9

Prin intermediul îngroșărilor la capete, grinda reazemă simplu pe pereții longitudinali ai sălii, deci schema de calcul este de grindă cu o singură deschidere, simplu rezemată la capete. Deschiderea de calcul a grinzii se stabilește ținînd seama de modul de distribuție a presiunii pe suprafața de rezemare.

În procesul deformării sub încărcare, grinda se rotește pe reazem (v. fig. 10.10, *a*) și ca urmare presiunea pe perete se reduce spre fața exterioară a peretelui și sporește spre fața interioară. Se admite în mod convențional că distribuția presiunii date de grindă pe zid are formă triunghiulară cu valoarea zero la fața exterioară ($\sigma=0$) și valoarea maximă la fața interioară a peretelui (σ_{max}). Deschiderea de calcul a grinzii se măsoară din centrul de greutate al diagramei de presiuni date de grindă pe suprafața de rezemare.

Cum centrul de greutate al triunghiului se află la 2/3 din înălțime, față de vîrf rezultă că el se găsește la 25 cm față de marginea exterioară a zidului și la 12,5 cm în raport cu marginea interioară (v. fig. 10.10, *a*). Astfel, deschiderea de calcul a grinzii rezultă $L=12{,}00$ m și schema de calcul a grinzii este cea reprezentată în figura 10.10, *b*.

Încărcarea uniform distribuită, are valoarea de calcul stabilită anterior, $q=2\,716$ daN/m.

Scanned with OKEN Scanner

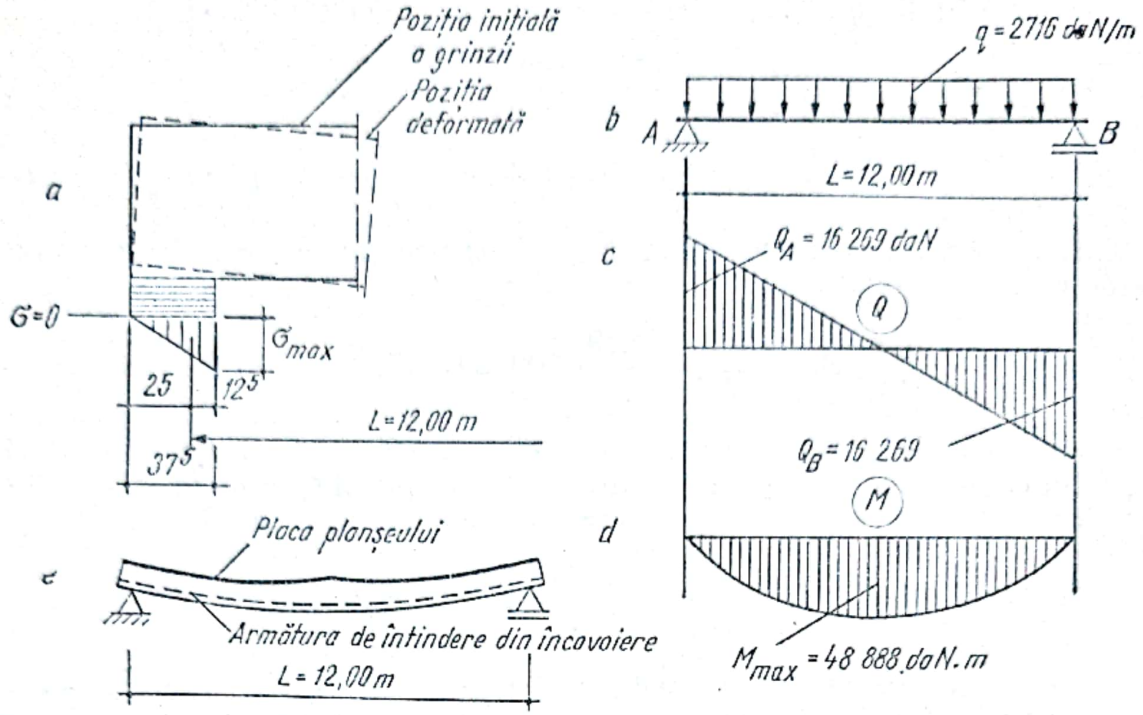


Fig. 10.10

Valorile de calcul ale eforturilor rezultă:

— forța tăietoare maximă:

$$Q_A = Q_B = \frac{qL}{2} = \frac{2\,716 \cdot 12{,}00}{2} = 16\,296 \text{ daN};$$

— momentul încovoietor maxim:

$$M_{max} = \frac{q \cdot L^2}{8} = 2\,716 \cdot \frac{12^2}{8} = 48\,888 \text{ daN} \cdot \text{m}.$$

c. **Dimensionarea grinzii la încovoiere în secțiuni normale. Armarea grinzii.** Grinda planșeului se deformează sub încărcări așa cum rezultă din figura 10.10, *e*, avînd partea inferioară întinsă iar partea superioară comprimată. Placa planșeului se găsește deci în zona comprimată a grinzii și participă la preluarea compresiunii din încovoiere. Grinda conlucrînd cu placa la preluarea momentului încovoietor se comportă și se calculează ca o grindă cu secțiunea în T.

Modul de calcul al grinzii la încovoiere în secțiuni normale este strict asemănător cu cel expus în aplicația 6.6.

Cu ajutorul relației (6.16) se determină lățimea de placă care conlucrează cu grinda (lățimea activă):

$$b_p = b + 12\,h_p = 25 + 12 \cdot 7 = 109 \text{ cm}.$$

Întrucît lățimea activă a tălpii, b_p, are valoare mare, înălțimea x a zonei comprimate rezultă de valoare mică. În general, la planșeele monolite totdeauna rezultă $x < h_p$ și de aceea pentru calculele de dimensionare a secțiunii grinzii, care are forma de T, se utilizează relațiile corespunzătoare cazului *I* (cazul secțiunii dreptunghiulare cu lățimea egală cu b_p).

Scanned with OKEN Scanner

Utilizînd relaţia (6.17) se obţine valoarea coeficientului B:

$$B=\frac{M}{b_p\cdot h_0}=\frac{4\,888\,800\ \text{daN}\cdot\text{cm}}{109\cdot 84}=6{,}356.$$

Din tabela 12 (anexă) pentru beton B 200 (coloana *c*), rezultă valoarea procentului de armare $\mu=0{,}194\%$.

Aria necesară de armătură întinsă pentru secţiunea de moment maxim se determină cu relaţia (6.18):

$$A_a=\mu b_p h_0=\frac{0{,}194}{100}109\cdot 84=17{,}76\ \text{cm}^2.$$

Valoarea de 0,194% a procentului de armare este aparent mică, datorită faptului că în calcul s-a folosit lăţimea activă a plăcii b_p şi nu b.

Procentul real de armare se determină cu relaţia (6.20):

$$\mu_{real}=\frac{A_a}{b\cdot h_0}=\frac{17{,}76\cdot 100}{25\cdot 84}=0{,}846\%.$$

S-a arătat anterior, la predimensionarea elementelor (paragraful B), că la grinzi intervalul de variaţie a procentului de armare recomandabil este 0,8...1,2%. Valoarea 0,846% este cuprinsă în acest interval şi deci dimensiunile alese pentru secţiunea transversală a grinzii în etapa de predimensionare pot fi considerate acceptabile.

Pentru armare, numărul şi diametrele barelor longitudinale se pot alege în mai multe variante, ţinînd seama că numărul total de bare recomandabil este cuprins între 5 şi 8, iar diametrele barelor între 16 şi 20 mm. În continuare se dau trei posibilităţi de acoperire a ariei necesare:

$4\,\varnothing 20+2\,\varnothing 18=17{,}64\ \text{cm}^2$ (total 6 bare pe secţiune);

$7\,\varnothing 18=17{,}78\ \text{cm}^2$ (total 7 bare pe secţiune);

$4\,\varnothing 18+4\,\varnothing 16=18{,}20\ \text{cm}^2$ (total 8 bare pe secţiune).

Pentru armarea grinzii se adoptă varianta a doua, pentru că barele au toate acelaşi diametru şi pentru că permite o alcătuire mai potrivită a grinzii pe zonele de capăt, în ceea ce priveşte ancorarea la reazem a barelor drepte şi armarea transversală pentru preluarea forţei tăietoare.

Armarea grinzii din figura 10.11 se obţine pornind de la aria necesară de armătură şi respectînd prevederile constructive referitoare la:

- ridicarea barelor longitudinale pe zonele de capăt ale grinzii;
- ancorarea barelor drepte la reazeme;
- armarea transversală cu etrieri;
- armarea longitudinală intermediară şi de montaj.

d. **Verificarea grinzii în secţiuni înclinate la acţiunea forţei tăietoare.** Datorită pantei pentru scurgerea apelor grinda rezultă cu înălţime uşor variabilă. Panta fiind foarte mică se poate admite, pentru verificarea la forţă tăietoare, că grinda are înălţime constantă.

Verificarea se poate face fie prin metoda exactă, fie prin metoda simplificată, aşa cum s-a procedat în aplicaţia 7.2.

În practica de proiectare, pentru grinzile de beton armat monolit se utilizează în mod general metoda simplificată, conform STAS 10107/0-76.

Scanned with OKEN Scanner

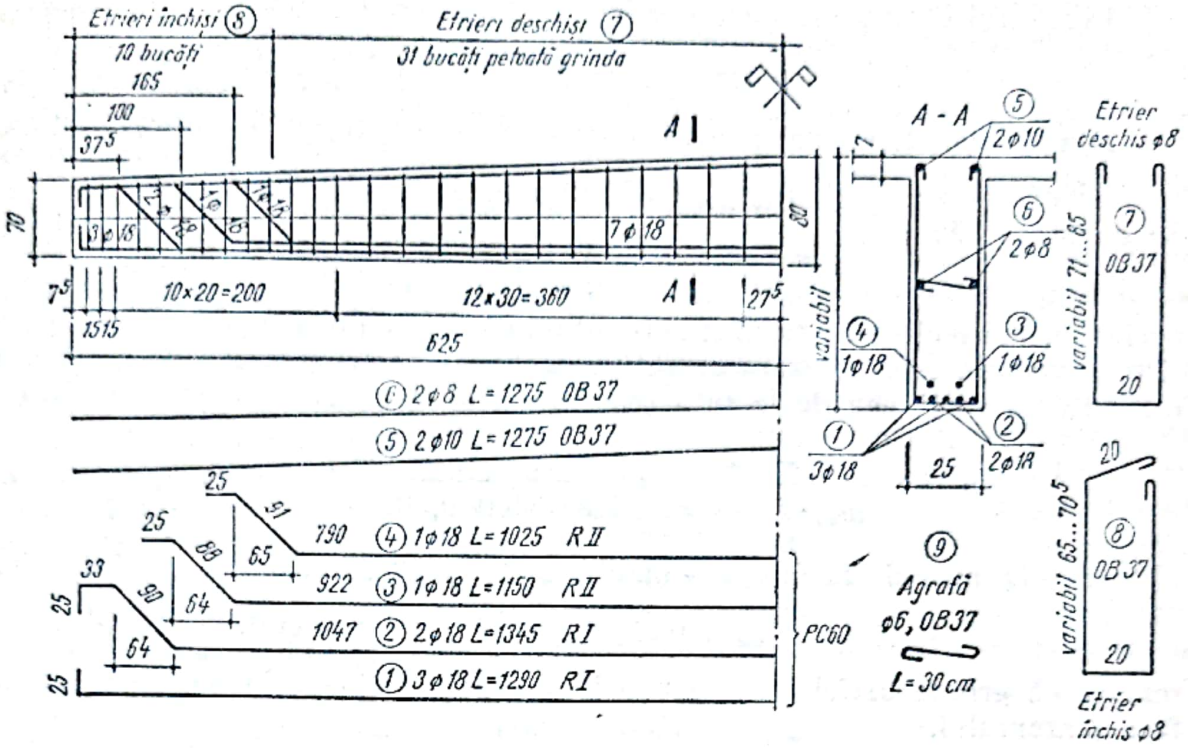


Fig. 10.11

Se verifică mai întîi relația (7.18):

$$Q_{max} \leqslant 4bh_0R_t,$$

în care h_0 este înălțimea utilă a secțiunii în care se dezvoltă forța tăietoare maximă:

$$Q_{max}=Q_A=16\ 269 \text{ daN (v. fig. 10.10, } c);$$

$$4bh_0\ R_t=4\times25\times67\times8=53\ 600 \text{ daN}.$$

Rezultă că relația $Q_{max} \leqslant 4bh_0R_t$ este satisfăcută cu prisosință. Totodată $Q_{max}>0{,}5bh_0R_t$, deci este necesară determinarea prin calcul a ariei armăturii transversale, conform prevederilor STAS 10 107/0-76.

Armarea transversală a grinzii s-a realizat după cum urmează:

— din cele 7 bare cu diametrul de 18 mm de armătură longitudinală s-au ridicat sub formă de bare înclinate patru și celelalte trei s-au prelungit peste reazeme ca bare drepte (v. fig. 10.11);

— etrierii s-au adoptat cu diametrul de 8 mm pentru că înălțimea medie a grinzii este de 80 cm;

— pe zonele de capăt de cîte 2 m la fiecare extremitate, etrierii s-au dispus la distanța de 20 cm, iar pe restul grinzii la distanță de 30 cm (distanța maximă admisă pe considerente constructive).

Verificarea în secțiunea de la fața interioară a reazemului

$Q=16\ 269$ daN;

$Q_{eb\ min}=\bar{Q}_{eb}\cdot b\cdot h_0\cdot R_t.$

Pentru această secțiune procentul de armare longitudinală se obține ținînd seama de aria celor trei bare longitudinale care rămîn drepte și se ancorează la reazem:

$$\mu_1=3\cdot2{,}54\cdot100/25\cdot67=0{,}455\%.$$

Scanned with OKEN Scanner

Procentul de armare cu etrieri pe această zonă:

$$\mu_{e,1}=2\cdot 0{,}501\cdot 100/20\cdot 25=0{,}2\%.$$

Din tabela 14 (anexă) pentru $\mu=0{,}455\%$ și $\mu_e=0{,}2\%$, rezultă $\overline{Q}_{eb}=1{,}08$.

$$Q_{eb\ min}=1{,}08\cdot 25\cdot 67\cdot 8=14\,472\ \text{daN}.$$

Se constată că:

$$Q_{eb\ min}<Q_{max},$$

deci în prima secțiune etrierii și betonul nu pot prelua întreaga forță tăietoare și prin urmare este necesară armătura înclinată. Aria necesară de armătură înclinată în secțiunea de la fața reazemului se determină cu relația (7.14):

$$A_{at,1}=\frac{Q_{max}-Q_{eb,min}}{m_{at}\cdot R_a\sin\alpha}=\frac{16\,269-14\,472}{0{,}8\cdot 3\,400\cdot 0{,}707}=0{,}93\ \text{cm}^2.$$

În secțiunea de la fața reazemului $A_{at,efect}=2\,\varnothing 18=5{,}02\ \text{cm}^2$. Întrucît:

$$A_{at,efect}>A_{at,nec},\ \text{respectiv}\ 5{,}02\ \text{cm}^2>0{,}93\ \text{cm}^2,$$

rezultă că grinda astfel armată rezistă la forța tăietoare în secțiunea de la fața reazemului.

În principiu ar trebui efectuată verificarea în secțiunile din fiecare punct de ridicare a barelor înclinate. În cazul de față astfel de verificări nu mai sînt necesare pentru că în aceste secțiuni forța tăietoare scade (v. fig. 10.10, *c*), iar capacitatea portantă crește datorită creșterii înălțimii secțiunii. Mai este totuși necesară o verificare în secțiunea de la care pasul etrierilor se mărește de la 20 la 30 cm, secțiune în care nu mai există bare înclinate și deci etrierii și betonul trebuie să poată prelua întreaga forță tăietoare.

Secțiunea în care se răresc etrierii se află la distanța de 212,5 cm de axul reazemului, deci:

$$Q_2=Q_{max}-2{,}125\ q=16\,269-2{,}125\cdot 2\,716;$$

$$Q_2=10\,479\ \text{daN};$$

$$Q_{eb}=\overline{Q}_{eb}\cdot bh_0\cdot R_t.$$

Pentru determinarea lui $\overline{Q}_{eb}$ se ține seama că:

$$\mu=7\cdot 2{,}54\cdot 100/25\cdot 73=0{,}974\%;$$

$$\mu_e=2\cdot 0{,}501\cdot 100/25\cdot 30=0{,}137\%.$$

După efectuarea interpolărilor necesare în tabelul 14 (anexă) rezultă $\overline{Q}_{eb}=1{,}043$, iar $Q_{eb\ min}=1{,}45\cdot 25\cdot 73\cdot 8=15\,257$ daN.

Se constată că în secțiunea *2*:

$$Q_2<Q_{eb\ min},$$

deci grinda poate prelua numai prin etrieri și beton forța tăietoare.

e. **Considerații referitoare la dimensiunile adoptate pentru secțiunea transversală a grinzii.** Dimensiunile alese (25×90 în secțiunea de la mijlocul deschiderii) determină o valoare relativ redusă a procentului de armare (0,846%). Intervalul de variație recomandabil pentru procentul de armare la grinzi este 0,8...1,2%, deci valoarea obținută în cadrul acestei aplicații este

Scanned with OKEN Scanner

apropiată de limita inferioară a intervalului de variație recomandabil, ceea ce arată că ar fi posibil să se reducă dimensiunile alese inițial în schimbul sporirii procentului de armare.

Reducerea dimensiunilor secțiunii transversale la grinzi cu deschidere relativ mare are două efecte favorabile:

— reducerea greutății proprii a grinzii și, ca urmare, reducerea solicitărilor ei;

— reducerea înălțimii de construcție a planșeului și deci reducerea volumului spațiului construit în raport cu volumul util al sălii, dat prin tema de proiectare.

Dacă pentru secțiunea transversală a grinzii s-ar adopta dimensiuni ceva mai mici, de exemplu: $h_{max}=80$ cm și $b=20$ cm, valoarea momentului încovoietor s-ar reduce corespunzător, datorită micșorării greutății proprii a grinzii pe metru de lungime (de la $g_1=502$ daN/m la $g_1'=(0{,}70-0{,}07)\cdot 0{,}20\cdot 1{,}00\cdot 2\,500\cdot 1{,}1=347$ daN/m), iar momentul încovoietor de calcul ar scădea de la $M=48\,888$ daN·m la 46098 daN·m.

Reducerea momentului încovoietor este relativ mică, de aproximativ 1%.

Pentru aceste dimensiuni ale secțiunii transversale se determină aria necesară de armătură și procentul de armare parcurgînd același drum ca în cazul precedent:

$$B=\frac{M}{b_p\cdot h_0^2}=\frac{4\,609\,800\text{ daN}\cdot\text{cm}}{109\cdot 74^2}=7{,}723.$$

Din tabelul 12 (anexă) pentru B 200 (coloana *c*) rezultă valoarea procentului de armare $\mu=0{,}237\%$. Aria necesară de armătură întinsă pentru secțiunea de la mijlocul deschiderii:

$$A_{a,nec}\cdot=\mu b_p\cdot h_0=\frac{0{,}237}{100}\cdot 109\cdot 74=19{,}11\text{ cm}^2.$$

Sporul ariei de armătură în raport cu cazul precedent este:

$$\frac{19{,}11-17{,}76}{17{,}76}=0{,}076=7{,}6\%.$$

Procentul real de armare în acest caz:

$$\mu_{real}=\frac{A_a}{b\cdot h_0}=\frac{19{,}11\cdot 100}{20\cdot 74}=1{,}29\%.$$

Se constată că în valoare absolută aria de armătură nu crește mult odată cu reducerea dimensiunilor secțiunii transversale a grinzii, dar procentul de armare crește sensibil depășind limita de 1,2% a intervalului recomandabil. Deși este depășită această limită, procentul de 1,29% poate fi acceptat dacă grinda, cu aceste dimensiuni, satisface criteriile de verificare la forță tăietoare. În urma reducerii laturilor secțiunii transversale, forța tăietoare maximă (valoarea de calcul) devine:

$$Q_{max}=16\,269-(g_1-g_1')\frac{L}{2};$$

$$Q_{max}=16\,269-(502-347)6=15\,339\text{ daN};$$

$$4bh_0R_t=4\cdot 20\cdot 57\cdot 8=36\,480\text{ daN};$$

Scanned with OKEN Scanner

deci, condiția (7.18) care cere ca $Q_{max} \leqslant 4bh_0R_t$ este respectată. Chiar mai mult, $Q_{max}=1{,}68\ bh_0R_t < 2bh_0R_t$, ceea ce înseamnă că grinda, cu noile sale dimensiuni, satisface și cerința care rezultă din condiția (7.20); deci nu numai că această grindă poate prelua forța tăietoare, dar o preia în condițiile unei armături transversale moderate.

Dacă, păstrînd înălțimea maximă de 80 cm a grinzii, s-ar reduce în continuare lățimea ei de la 20 cm la 15 cm, aceasta ar avea următoarele consecințe:

— reducerea consumului de beton în grindă și scăderea, într-o măsură, a încărcării grinzii;

— obținerea unui efect estetic favorabil (grinzile cu lățime mai redusă și deci cu h/b mai mare au aspect mai plăcut);

— nemodificarea sensibilă a valorilor de calcul ale solicitărilor (Q_{max} și M_{max});

— nemodificarea rezultatelor calculului la încovoiere în secțiuni normale, pentru că înălțimea utilă h_0 se păstrează, iar lățimea de calcul a secțiunii rămîne b_p care nu este influențată de reducerea lui b de la 20 la 15 cm;

— respectarea în continuare a condiției (7.20), deci satisfacerea cerințelor de alcătuire rațională pentru preluarea forței tăietoare.

În acest din urmă caz, în secțiunea de la fața reazemului $b=15$ cm, $h_0=57$ cm, iar $bh_0R_t=15\cdot57\cdot8=6\,840$ daN. Deoarece Q_{max} rămîne practic neschimbat față de cazul anterior (cu $b=20$ cm), rezultă că $Q_{max}/bh_0R_t=15\,339/6\,840=2{,}24$ sau:

$$Q_{max}=2{,}24\ bh_0R_t,$$

ceea ce arată că și în cazul lățimii de 15 cm este respectată cerința (7.20), deci armarea transversală rezultă moderată.

Armarea grinzii în ipoteza lățimii de 15 cm și a înălțimii variabile de la 60 la 80 cm este dată în figura 10.12.

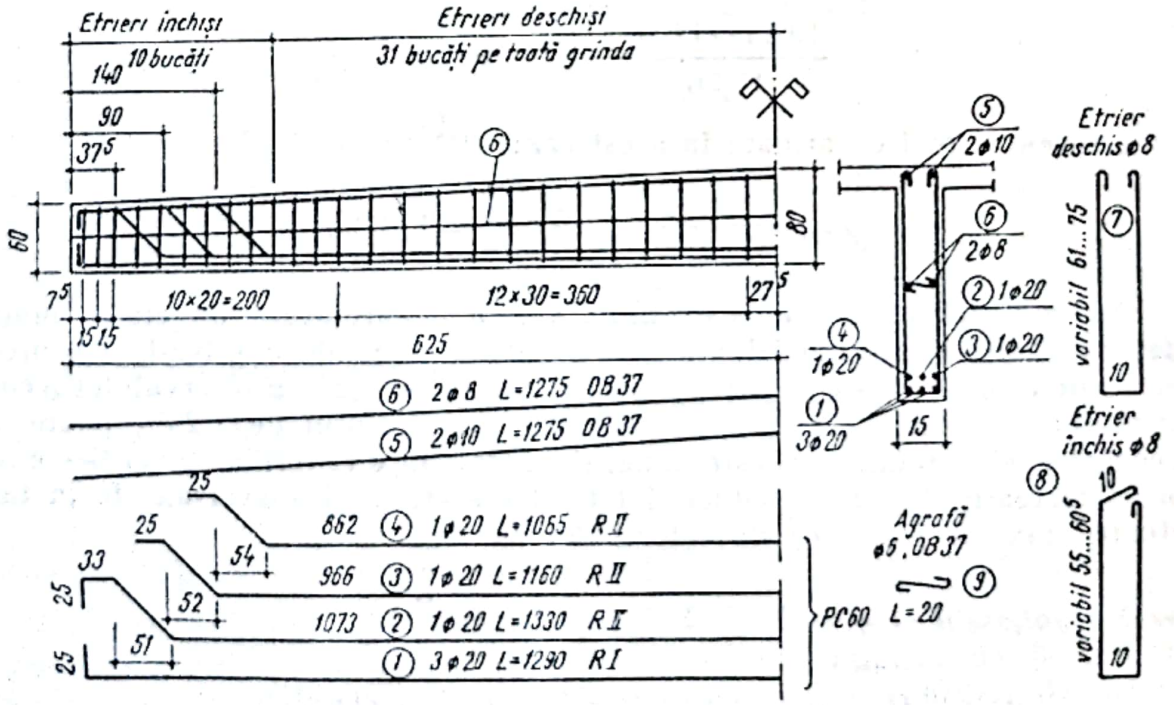


Fig. 10.12

Scanned with OKEN Scanner

Din cele 6 bare Ø 20, trei se menţin drepte iar trei se ridică sub formă de bare înclinate: două în prima secţiune (de la faţa reazemului) şi o bară în secţiunea a doua.

Dimensionarea etrierilor

Pornind de la relaţia (7.13):

$$Q \leqslant Q_{eb\ min} + Q_{i},$$

în care Q este forţa tăietoare de calcul în secţiunea considerată, iar Q_i fracţiunea din forţa tăietoare preluată de barele înclinate în secţiunea corespunzătoare. Se determină fracţiunea din forţa tăietoare care trebuie preluată de etrieri şi beton:

$$Q_{eb} = Q - Q_i.$$

Ştiind că $Q_{eb} = \bar{Q}_{eb} \cdot bh_0 R_t$, se determină $\bar{Q}_{eb}$ şi cu ajutorul tabelului 14 (anexă), pentru procentul de armare longitudinală cunoscut, rezultă procentul de armare cu etrieri şi de aici, pentru etrieri cu diametru ales, rezultă distanţa necesară între etrieri.

Adoptînd, ca şi în cazul anterior, etrieri cu diametrul de 8 mm, se determină distanţa necesară între etrieri în trei secţiuni caracteristice:

— la faţa reazemului;

— în secţiunile de ridicare a barelor notate cu ②, ③ şi ④ pe figura 10.12.

Calculul distanţei necesare între etrieri în secţiunea de la faţa reazemului

$Q = 15\,339$ daN;

$Q_i = m_{at} \cdot R_a A_{ai} \cdot I \cdot \sin \alpha = 0{,}8 \cdot 3\,400 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}707 =$

$= 6\,038$ daN;

$Q_{eb} = 15\,339 - 6\,038 = 9\,300$ daN;

$\bar{Q}_{eb} = Q_{eb}/bh_0 R_t = 9\,300/15 \cdot 57 \cdot 8 = 1{,}36.$

La faţa reazemului $\mu = 3 \cdot 3{,}14 \cdot 100/15 \cdot 57 = 1{,}10\%$.

Pentru etrieri din OB 37, beton B 200 şi $\mu = 1{,}10\%$, lui $\bar{Q}_{eb} = 1{,}36$ îi corespunde un procent de armare cu etrierii $\mu_e = 0{,}2\%$ (v. tabelul 14, anexă).

Ştiind că:

$$\mu_e = \frac{100 A_e}{b \cdot a_e},$$

rezultă distanţa necesară între etrieri:

$$a_e = \frac{100\ A_e}{\mu_e \cdot b} = \frac{100 \cdot 0{,}501 \cdot 2}{0{,}2 \cdot 15} = 33{,}4 \text{ cm}.$$

Distanţa rezultată este prea mare, sub aspect constructiv faţă de lăţimea de 15 cm a grinzii, de aceea se adoptă, ca şi în primul caz, pe zona de capăt a grinzii cu bare înclinate, distanţa între etrieri de 20 cm ($a_e = 20$ cm).

În punctele de ridicare a barelor înclinate ② şi ③, calculul nu mai este necesar, pentru că forţa tăietoare scade, iar $Q_{i,\ cap}$ rămîne acelaşi, aşa încît cerinţa de rezistenţă este evident satisfăcută.

Scanned with OKEN Scanner

În secțiunea de ridicare a barei ③ toată forța tăietoare este preluată numai de etrieri, pentru că de la această secțiune spre centrul deschiderii nu se mai află bare ridicate:

$$Q = 15\,339 - 2{,}125\,q = 15\,339 - 2{,}125 \cdot 2\,716 = 9\,567 \text{ daN}.$$

Din condiția de rezistență la forță tăietoare, $Q \leqslant Q_{eb\,min}$, rezultă

$$Q_{eb} = 9\,567 \text{ daN};$$

$$\bar{Q}_{eb} = Q_{eb}/bh_0R_t = 9\,567/15 \cdot 62 \cdot 8 = 1{,}29.$$

Procentul de armare longitudinală în această secțiune este:

$$\mu = 6 \cdot 3{,}14 \cdot 100/15 \cdot 62 = 2{,}026\%.$$

Din tabelul 14 (anexă), pentru beton B 200, $\mu = 2{,}026$ % și $\bar{Q}_{eb} = 1{,}29$, rezultă $\mu_e = 0{,}142$ %, iar distanța necesară între etrieri:

$$a_e = \frac{100\ A_e}{\mu_e \cdot b} = \frac{100 \cdot 2 \cdot 0{,}501}{0{,}142 \cdot 15} = 47 \text{ cm}.$$

Distanța maximă admisă între etrieri pentru grinzi de acest tip este 30 cm, deci, ca și în primul caz (v. fig. 10.11), pe zona centrală se adoptă etrieri Ø8/30 cm.

Rezultă că armarea transversală cu etrieri nu se modifică deși secțiunea transversală s-a redus de la 90×25 la 80×15 cm.

Din comparația făcută în cadrul acestui paragraf rezultă că secțiunea aleasă inițial, de 90×25 cm (la mijlocul deschiderii), poate fi redusă la 80×15 cm, cu prețul unui spor relativ redus al armăturii longitudinale (de la 17,7 cm² la 19,11 cm²) și fără nici-un spor de armătură transversală. Pe lîngă avantajul economic se obține și un aspect estetic mai plăcut.

3. CUZINETUL GRINZII

În figura 10.9 s-a arătat că grinda reazemă pe zid prin intermediul unei îngroșări numite cuzinet care are rolul de a distribui presiunea pe o suprafață mai mare de perete și a evita în acest fel strivirea zidăriei sub capătul grinzii.

Din figura 10.10, *a* rezultă modul de distribuție a presiunii pe zid și semnificația presiunii maxime σ_{max}.

Valoarea lui σ_{max} rezultă din condiția ca rezultanta presiunilor σ să echilibreze reacțiunea grinzii (sau forța tăietoare a grinzii, Q_A):

$$Q_A = 16\,269 \text{ daN} \quad \text{(v. fig. 10.10, } c\text{)}.$$

Ținînd seama că suprafața de contact a cuzinetului cu zidul este de $37{,}5 \times 50$ cm și că presiunea are distribuție de formă triunghiulară (v. fig. 10.10, *a*), rezultanta presiunilor:

$$R = \frac{1}{2} \cdot 37{,}5 \cdot 50 \cdot \sigma_{max}.$$

Din condiția de echilibru de proiecție pe verticală:

$$Q_A = R,$$

Scanned with OKEN Scanner

rezultă expresia pentru calculul lui σ_{max}:

$$\sigma_{max} = \frac{2Q_A}{37{,}5 \cdot 50} = \frac{2 \cdot 16\,269}{37{,}5 \cdot 50} = 17{,}35 \text{ daN/cm}^2.$$

Pentru a nu se produce strivirea zidăriei sub cuzinet, trebuie ca $\sigma_{max} \leqslant 20$ daN/cm². Se observă că această condiție este respectată (17,35<20), deci zidăria rezistă la strivire.

Pentru o bună conlucrare a cuzinetului cu grinda, acesta trebuie armat constructiv. Armarea se realizează cu patru etrieri închiși dispuși în plan orizontal și patru bare verticale de montaj la colțurile cuzinetului (fig. 10.13).

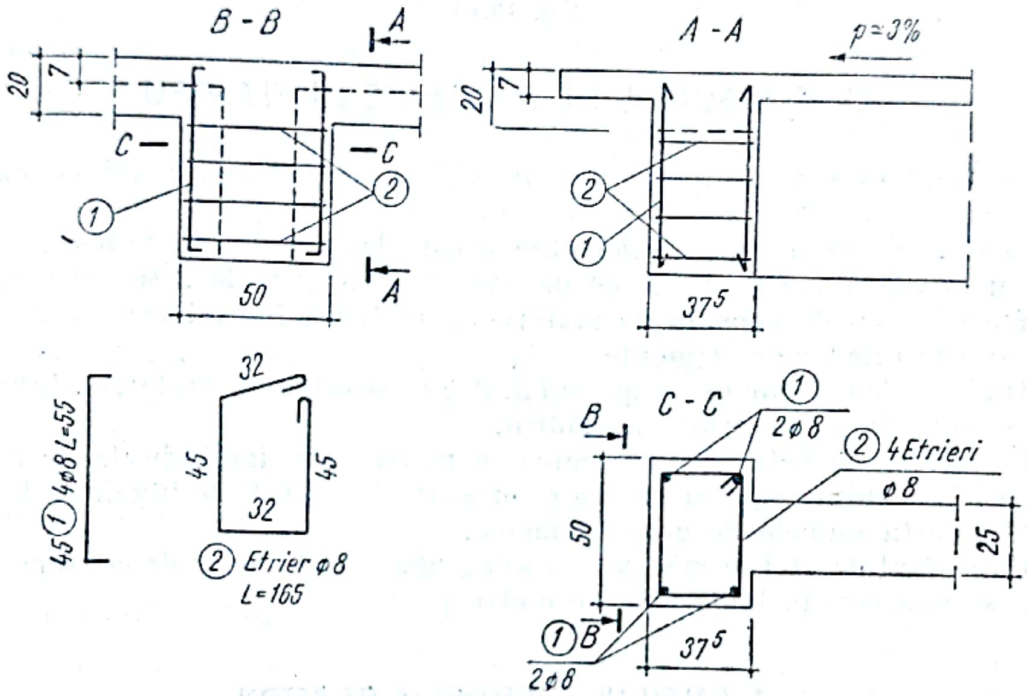


Fig. 10.13

Cei patru etrieri orizontali se dispun în spațiul de la fața inferioară a cuzinetului pînă la fața inferioară a centurii C_1, deci într-un spațiu de 50 cm în prima variantă de dimensionare și în 40 cm în cea de a doua variantă.

4. CENTURA PLANȘEULUI

Placa planșeului reazemă pe zidurile sălii pe tot conturul, prin intermediul unei centuri de beton armat de 37,5×20 cm.

Centura nu are eforturi produse de încărcările verticale, întrucît este rezemată continuu pe toată lungimea ei. Rolul ei este de a crea o legătură mai bună (continuă) între planșeu și ziduri și de a prelua anumite eforturi ce iau naștere din conlucrarea planșeului cu zidurile la solicitări orizontale produse de vînt și în special de acțiunea seismică.

Centura se armează constructiv cu bare longitudinale Ø 10 mm dispuse la colțurile secțiunii și cu etrieri Ø 6/25 cm. Detaliul de armare a centurii se dă în figura 10.14.

Scanned with OKEN Scanner

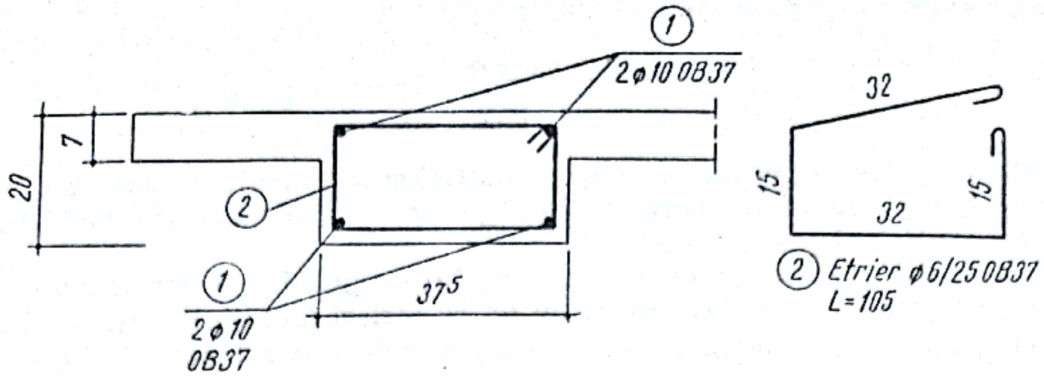


Fig. 10.14

D. CONSUMUL DE MATERIALE ÎN PLANȘEU

Planșeul este alcătuit din următoarele elemente: placă, grinzi, cuzineți și centuri.

Pentru fiecare din aceste elemente se calculează volumul de beton și masa oțelului în cele două variante de dimensionare a grinzilor. Se calculează de asemenea indicii de consum de materiale, pentru a înlesni comparația între consumurile diferitelor elemente.

Indicele de consum este raportul dintre cantitatea de material (beton sau oțel) și suprafața construită a clădirii.

Consumul de beton se determină în metri cubi, iar indicele de consum notat cu k_b rezultă în m^3/m^2, adică se măsoară în unități de lungime, de aceea k_b mai poartă numele de grosime medie.

Consumul de oțel se măsoară în kilograme, iar indicele de consum, notat cu k_a, se măsoară în kilograme pe metru pătrat.

1. CALCULUL CONSUMULUI DE BETON

a. **Placa.** Suprafața plăcii se determină scăzînd din suprafața totală a planșeului, suprafața în plan orizontal a grinzilor și centurilor (v. fig. 10.1):

$$S_p=[L_1+2(0{,}25+0{,}30)]\cdot[L_2+2(0{,}25+0{,}30)]-$$

$$-2\cdot0{,}375[(L_1+2\cdot0{,}25)+(L_2-2\cdot0{,}125)]-$$

$$-4\cdot0{,}15\cdot(L_2+2\cdot0{,}25)=19{,}10\cdot13{,}10-$$

$$-0{,}75(18{,}5+11{,}75)-0{,}60\cdot12{,}50=220\ m^2.$$

Grosimea plăcii fiind de 7 cm, volumul de beton din placă rezultă:

$$V_{b,p}=S_p\cdot h_p=220\cdot0{,}07=15{,}40\ m^3.$$

Suprafața construită a clădirii este:

$$S_c=(L_1+2\cdot0{,}25)\ (L_2+2\cdot0{,}25)=231\ m^2.$$

Indicele de consum de beton în placă rezultă:

$$K_{b,p}=\frac{V_{b,p}}{S_c}=\frac{15{,}40}{231}=6{,}67\ \text{cm, grosime medie.}$$

Scanned with OKEN Scanner

b. **Grinzile.** *Varianta 1*, cu grinzi de lățime $b=25$ cm și $h=70\div 90$ cm. Volumul de beton în cele patru grinzi:

$$V_{b,g\ 1}=4\cdot b\cdot h_{med}\cdot(L_2+2\cdot 0{,}25)=4\cdot 0{,}25\cdot 0{,}80\cdot 12{,}50=10\ \text{m}^3.$$

Indicele de consum de beton în grinzi, în varianta 1:

$$K_{b,g\ 1}=\frac{V_{b,g,1}}{S_c}=\frac{10}{231}=4{,}33\ \text{cm grosime medie.}$$

Varianta 2, grinzile de lățime $b=15$ cm și $h=60\div 80$ cm.
Volumul de beton în cele 4 grinzi:

$$V_{b,g,2}=4\cdot 0{,}15\cdot 0{,}70\cdot 12{,}50=5{,}25\ \text{m}^3.$$

Indicele de consum de beton în grinzi în varianta 2 de dimensionare:

$$K_{b,g,2}=\frac{V_{b,g,2}}{S_c}=\frac{5{,}25}{231}=2{,}27\ \text{cm, grosime medie.}$$

Observație. Comparînd volumele de beton sau indicii de consum de beton în grinzi pentru cele două variante de dimensionare, se constată că în prima variantă consumul de beton este practic dublu față de volumul din varianta a doua.

c. **Centurile.** Lungimea totală a centurii rezultă din perimetrul mediu al sălii din care se scade suma lățimilor grinzilor:

$$L_c=2(L_1+2\cdot 0{,}25+L_2-2\cdot 0{,}125)-8\cdot 0{,}15=59{,}3\ \text{m.}$$

Aria secțiunii transversale a centurii:

$$A_c=0{,}20\cdot 0{,}375=0{,}075\ \text{m}^2.$$

Volumele de beton în centură:

$$V_{b,c}=L_c\cdot A_c=59{,}3\cdot 0{,}075=4{,}45\ \text{m}^3.$$

Indicele de consum de beton în centuri:

$$K_{b,c}=\frac{V_{b,c}}{S_c}=\frac{4{,}45}{231}=1{,}93\ \text{cm, grosime medie.}$$

Observație. Se constată că indicele de consum de beton în centuri este apropiat de indicele de consum de beton în grinzi în cea de a doua variantă de dimensionare (1,93 față de 2,27).

d. **Cuzinețiile grinzilor.** Volumul de beton în cuzinețiri rezultă diferit în cele două variante de dimensionare a grinzilor. În valoare absolută acest volum rezultă foarte mic față de volumele din celelalte elemente, de aceea, se consideră numai cazul cu grinzile de lățime 15 cm care determină un volum mai mare de beton în cuzinețiri.

Volumul de beton pentru cei 8 cuzinețiri rezultă:

$$V_{b,cuz.}=8\cdot 0{,}40\cdot 0{,}35\cdot 0{,}375=0{,}42\ \text{m}^3.$$

Indicele de consum de beton în cuzinețiri rezultă:

$$K_{b,cuz.}=\frac{V_{b,cuz.}}{S_c}=\frac{0{,}42}{231}=0{,}18\ \text{cm grosime medie.}$$

Scanned with OKEN Scanner

În tabelul 10.5 este cuprinsă sinteza calculului privind consumul de beton în elementele planşeului, considerate independent precum şi pe ansamblul planşeului, în cele două variante de dimensionare a grinzii.

Tabelul 10.5

Varianta de dimensionare / Elementul considerat	1			2		
	$V_{b,1}$ m^3	$K_{b,1}$ cm	$\frac{V_{b,1}}{V_{b,1,tot}}$ %	$V_{b,2}$ m^3	$K_{b,2}$ cm	$\frac{V_{b,2}}{V_{b,2,tot}}$ %
Placa	15,05	6,52	50,3	15,40	6,67	60,3
Grinzile	10,00	4,33	33,4	5,25	2,27	20,6
Centura	4,45	1,93	14,9	4,45	1,93	17,5
Cuzineţii	0,42	0,18	1,4	0,42	0,18	1,6
Total planşeu	29,92	12,95	100,0	25,52	11,04	100,0

Raportul $V_b/V_{b\ tot}$ reprezintă, în procente, ponderea cu care participă fiecare tip de element la consumul total de beton în varianta considerată de dimensionare a grinzilor.

Din tabel rezultă că elementul care consumă cel mai mult beton este placa: 50,3% în varianta 1 de dimensionare a grinzilor şi 60,3%, în varianta a doua.

După placă urmează grinzile care în prima variantă consumă 33,4% din totalul planşeului, iar în varianta a doua, 20,6%.

Consumul de beton în centuri este acelaşi în cele două variante, dar ponderea lui apare mai mare în varianta a doua, pentru că volumul total de beton în planşeu este mai redus ca urmare a reducerii consumului de beton în grinzi.

Consumul de beton în cuzineţi este, practic, neglijabil (0,42 m^3).

Consumul total de beton scade în varianta a doua de dimensionare a grinzilor cu:

$$\frac{29,92-25,52}{29,92}=0,147=14,7\%.$$

Scăderea este substanţială; deci, la proiectarea planşeelor trebuie analizate cu grijă dimensiunile care se adoptă pentru secţiunea transversală a grinzilor în vederea obţinerii soluţiei optime.

La placă, de asemenea, grosimea trebuie aleasă cu discernământ, întrucît placa consumă singură o cantitate mare de beton faţă de consumul total pe planşeu.

Indicii de consum de beton pe ansamblul planşeului arată ordinul de mărime al grosimii medii de beton la planşeele de acoperiş cu deschideri relativ mari (11...13 cm).

2. CALCULUL CONSUMULUI DE OŢEL

Pentru calculul necesarului de oţel pe diferite elemente sau pe planşeu în ansamblu se întocmesc tabele care poartă numele de extrase de armătură.

În cele ce urmează se fac extrase de armătură separate pentru fiecare element urmărind două scopuri:

Scanned with OKEN Scanner

— cunoscînd consumul de oţel pentru fiecare tip de element, se poate stabili ponderea cu care elementul respectiv intră în consumul total pe ansamblul planşeului şi cînd se doreşte reducerea consumului pe ansamblu se poate şti asupra cărui element trebuie intervenit;

— întocmirea extraselor separate pe elemente dă posibilitatea să se prezinte mai multe modalităţi de întocmire a acestor extrase.

Tabelul 10.6

Extrasul de armătură la placă

Marca	Diametrul (mm)	Numărul barelor asemenea	Lungimea în metri a unei bare	OŢEL PC 60		OB 37
				Lungimi pe diametru, în m		
				Ø 6	Ø 8	Ø 6
1	6	35	19,15	670		
2	8	35	19,35		677	
3	6	70	4,20	294		
4	6	70	1,60	112		
5	8	210	2,05		431	
6	8	194	1,65		320	
Bare de repartiţie	6					1 198
Total lungimi pe diametre				1 076	1 428	1 198
Masa pe metru şi diametru				0,222	0,395	0,222
Masa pe diametre				239	564	267
Masa totală pe tipuri de oţel				803		267

Masa totală de oţel pe placă=1 070 kg.

Tabelul 10.7

Extrasul de armătură la grinzi în varianta 1 de dimensionare

Element	Marca	Diametrul	Nr. barelor asemenea		Lungimea unei bare m	OŢEL PC 60	OŢEL OB 37		
Denumirea şi bucăţi asemenea			Într-un element	În toate elementele		Lungimi, pe diametre, pentru toate barele din toate elementele, în metri			
						Ø18	Ø6	Ø8	Ø10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	18	3	12	12,90	154,8			
Grindă	2	18	2	8	13,45	107,6			
de	3	18	1	4	11,50	46			
acoperiş	4	18	1	4	10,25	41			
	5	10	2	8	12,75				102
(4 bucăţi)	6	8	2	8	12,75			102	
	7	8	31	124	2,08			258	
	8	8	20	80	1,88			150	
	9	6	51	204	0,30		61		
Total lungimi pe diametre						349	61	510	102
Masa pe metru						1,998	0,222	0,395	0,617
Masa pe diametre						697	14	201	63
Masa totală pe tipuri de oţel						697	278		

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 10.7. (continuare)

În varianta 2 de dimensionare

						Ø 20	Ø 6	Ø 8	Ø 10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Grindă de acoperiș (4 bucăți)	1	20	3	12	12,90	154,8			102
	2	20	1	4	13,30	53,2			
	3	20	1	4	11,60	46,4			
	4	20	1	4	10,65	42,6			
	5	10	2	8	12,75				
	6	8	2	8	12,75			102	
	7	8	31	124	1,68			208,3	
	8	8	20	80	1,48			118,4	
	9	6	51	204	0,20		40,8		
Total lungimi pe diametre						297	41	429	102
Masa pe metru						2,466	0,222	0,395	0,617
Masa pe diametre						733	9	170	63
Masa totală pe tipuri de oțel						733		242	

La redactarea proiectelor, extrasele de armătură se trec pe planșele de execuție ale elementelor de beton armat. De regulă, un extras se referă la toate elementele de pe aceeași planșă. Cum numărul și tipurile de elemente ce se desenează pe o planșă sînt diferite, extrasele de armături rezultă de mărimi și alcătuiri diferite. Tot la fel și în prezenta aplicație, pentru cele patru categorii de elemente proiectate s-au întocmit extrase de armătură cu alcătuiri diferite, adaptate la particularitățile elementelor în ceea ce privește tipurile de oțeluri folosite, categorii de diametre și altele.

Extrasele de armături din tabelele 10.6...10.9 s-au întocmit pe baza desenelor de execuție ale elementelor din figurile:

10.6 — pentru placă;

10.11 — pentru grindă în varianta 1 de dimensionare;

10.12 — pentru grindă în varianta 2 de dimensionare;

10.13 — pentru cuzinești;

10.14 — pentru centuri.

Din desenele respective s-au luat barele de oțel cu dimensiunile lor înscrise pe fiecare în parte. Numai la armătura de repartiție de la placă nu apare pe desen lungimea barelor, ci numai indicația: „rep. 3Ø6/m, jos și sus". Pentru calculul lungimii totale a barelor de repartiție din placă trebuie să se țină seama de numărul total de bare pe fiecare direcție (determinat prin numărare directă pe secțiunile $A-A$, $B-B$ și $C-C$ din figura 10.6) și de lungimea barelor pe fiecare direcție, ținînd seama de dimensiunile în plan ale plăcii (fig. 10.6).

Din desene rezultă că pe direcție transversală într-un cîmp al plăcii sînt 9 bare de repartiție jos și 6 sus (3 de fiecare parte a reazemului), în total 15 bare. Ținînd seama că planșeul are 5 cîmpuri de placă rezultă $5 \cdot 15 = 75$ bare de repartiție transversală la care se mai adaugă cele 4 bare de montaj (cîte 2 de fiecare parte) la marginile în consolă ale plăcii; deci, numărul total de bare transversale de repartiție este:

$$n_T = 75 + 4 = 79 \text{ buc.}$$

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 10.8

Extras de armătură la cuzineți

(elemente armate în întregime cu oțel OB 37)

Marca	Diametrul	Număr de bare		Lungime pe bară	Lungime totală pe mărci
		pe 1 cuzinet	pe 8 cuzineți		
1	8	4	32	0,55	17,6
2	8	4	32	1,65	52,8
Lungime totală pe cei 8 cuzineți					70
Masa totală de oțel pe 8 cuzineți					28 kg

Tabelul 10.9

Extras de armătură pentru centură

(etrierii și armătura longitudinală din OB 37)

Marca	Diametrul	Număr de bare pe tot perimetrul sălii	Lungimea pe bară	Lung./marcă	
				Ø 6	Ø 10
1	10	4	64		256
2	6	240	1,05	252	
Masa pe diametre				56	158
Masa de armătură pe toată centura				214 kg	

Pe direcție longitudinală, în vecinătatea fiecărui perete sînt cîte 4 bare de repartiție: 3 în cîmpul plăcii sus, iar una în consola plăcii (v. fig. 10.6, secțiunea $C-C$). Cum sînt doi pereți longitudinali, numărul total de bare longitudinale de repartiție este:

$$n_L = 2 \cdot 4 = 8.$$

Lungimea barelor transversale este considerată egală cu lățimea totală a construcției: $L_2' = L_2 + 2(25+30) = 13{,}10$ m.

Lungimea barelor longitudinale de repartiție este considerată egală cu lungimea totală a clădirii: $L_1' = L_1 + 2(25+30) = 19{,}1$ m. Lungimea totală a barelor de repartiție:

$$L_{Tot\ rep.} = n_T \cdot L_2' + n_L \cdot L_1' + 10 \text{ m} = 79 \cdot 13{,}1 + 8 \cdot 19{,}1 + 10 = 1\,198 \text{ m}.$$

Cei 10 m de lungime adăugați (aprox. 1% din lungimea totală) reprezintă un supliment pentru înnădiri.

În tabelul 10.10 s-a făcut sinteza consumurilor de oțel, atît în diferitele elemente ale planșeului, cît și în planșeul considerat în totalitate.

În tabelul 10.10 nu s-a mai introdus două variante pentru grinzi, pentru că din tabelul 10.7 rezultă că, în ambele variante de dimensionare, consumul total de oțel în grinzi este același diferind, într-o măsură, numai ponderea tipurilor de oțel întrebuințate: PC 60 și OB 37.

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 10.10

Sinteza consumurilor de oţel pentru elementele planşeului

Elementul	Consum de oţel		Total	Total element / Total planşeu
	PC 60	OB 37		
PLACĂ	803	267	1 070	46,79 %
GRINZI	697	278	975	42,63 %
CENTURI	—	214	214	9,36 %
CUZINEŢI	—	28	28	1,22 %
TOTAL PLANŞEU	1 500	787	2 287	100,0 %

Faptul că deşi în varianta a doua de dimensionare a grinzii aria secţiunii transversale este mult mai mică decît în varianta întîi (practic jumătate), iar consumul de oţel rezultă totuşi acelaşi, se explică astfel: scăzînd înălţimea secţiunii cu 10 cm (de la 90 la 80 cm în mijlocul deschiderii), braţul de pîrghie al cuplului rezistent s-a redus practic cu raportul acestor înălţimi, deci cu aproximativ 11%, şi a crescut corespunzător (tot cu aprox. 11%) aria armăturii întinse din încovoiere. În felul acesta consumul de oţel ar fi trebuit să crească, însă odată cu reducerea dimensiunilor secţiunii transversale s-a redus perimetrul ei şi s-a redus lungimea etrierilor, diametrul şi numărul lor rămînînd acelaşi în ambele cazuri de dimensionare a grinzii. Deci în varianta a doua de dimensionare a crescut aria armăturii longitudinale, dar a scăzut cantitatea armăturii transversale şi, întîmplător, în cazul prezentei aplicaţii creşterea unei arii a fost complet anulată de scăderea celeilalte, astfel încît consumul total de oţel pe grinzi a rămas neschimbat.

Dacă în prima situaţie de dimensionare armătura transversală ar fi fost dimensionată strict la valoarea forţei tăietoare, grinda din varianta a doua ar fi necesitat mai multă armătură transversală decît prima şi deci nu se mai putea obţine egalitatea consumurilor de oţel la grinzi cu secţiuni transversale diferite şi supuse aceloraşi solicitări.

În prima variantă de dimensionare, grinda a rezultat supradimensionată la acţiunea forţei tăietoare pe considerente constructive; au trebuit adoptaţi etrieri ∅ 8 mm la distanţa de 20 cm pe zonele de capăt, pentru a se respecta prevederile din STAS 10 107/0-76, potrivit căruia la grinzi cu înălţimea medie mai mare sau egală cu 80 cm, diametrul minim al etrierilor este de 8 mm.

Trebuie menţionat faptul că la trecerea de la soluţia cu grinzi de 25 cm lăţime se modifică şi deschiderea de calcul a plăcii de la 360—25=335 cm la 360—15=345 cm, ceea ce implică o creştere a momentelor încovoietoare cu raportul pătratelor deschiderilor $(345/335)^2=1{,}060=6\%$ şi deci un spor al ariei armăturilor principale de rezistenţă de acelaşi ordin; de acest spor nu s-a mai ţinut seama în comparaţiile din tabelul 10.10.

Din tabelul 10.10 rezultă că placa şi grinzile au ponderi practic egale în consumul de oţel (45,9 şi 41,9%).

Centurile şi cuzineţii intră cu ponderi reduse (9,2 şi 3,0%).

Pentru obţinerea unei reduceri a consumului de oţel în planşeu, trebuie acordată atenţie în primul rînd armării cît mai raţionale a plăcii şi grinzilor

Indicele total de consum de oţel pe planşeu rezultă:

$$K_{a,tot}=\frac{2\,329}{231}\simeq 10\ \text{kg/m}^2.$$

Scanned with OKEN Scanner

ANEXA

Valorile normate ale intensităţii încărcărilor permanente curente
(extras din tabelul 6, STAS 10 101/1-75)

Tabelul 1

Element de construcţie	Valoarea încărcării, în N/m²
1. Elemente din beton şi beton armat (pentru 1 cm grosime)	
Beton simplu (cu pietriş sau piatră spartă)	240
Beton armat (cu pietriş sau piatră spartă)	250
2. Învelitori (încărcare pe m² de suprafaţă înclinată)	
Azbociment (inclusiv şipcile şi căpriorii)	
— plăci plane de 4 mm grosime (STAS 5584-73); aşezate simplu	240
aşezate dublu	390
— plăci ondulate cu ondule mici de 5,5 mm grosime (STAS 5936-71)	250
— plăci ondulate cu ondule mari de 6 mm grosime (STAS 8386-69)	200
Lemn (inclusiv şipcile şi căpriorii) şindrilă sau şiţă	400
Sticlă	
— geamuri armate (inclusiv şprosurile) de: 5 mm grosime	300
6 mm grosime	350
3. Izolaţii hidrofuge (încărcare pe m² de suprafaţă înclinată)	
Materiale bitumate în foi:	
— carton bitumat	20
— pînză bitumată	30
Mase bituminoase (soluţii pentru amorsare, suspensii de bitum filerizat, mastic):	
— celochit, strat rezultat în grosime de 1,7...2 mm	20
— suspensie de bitum filerizat (subif), strat rezultat în grosime de 1,5 mm peste pînză	20
— strat pentru amorsare	1
— strat pentru lipire şi etanşare mastic din bitum cu circa 30% filer, de 1,7...2 mm grosime	20
Straie ce servesc la izolaţia hidrofugă de la acoperişuri	
— trei straie de carton bitumat tip CA 500 (STAS 138-69) între patru straie de bitum filerizat cu circa 20% filer aplicate peste un strat de amorsaj cu protecţie dintr-un strat uniform de nisip grăunţos	175
— două straie din pînză bitumată A 55 (STAS 1046-67) şi un strat de carton bitumat CA 500 (STAS 138-69) între patru straie de bitum filerizat cu circa 20% filer aplicate peste un strat de amorsaj şi protejate cu un strat uniform de nisip grăunţos	190
— un strat de pînză bitumată tip A 55 (STAS 1046-67) şi două straie de împîslitură de fibre de sticlă bitumată tip IA (STAS 7916-69) între patru straie de bitum filerizat cu circa 20% filer, aplicate peste un strat de amorsaj şi presărat cu un strat uniform de nisip grăunţos	175

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 1 (continuare)

Element de construcție	Valoarea încărcării, în N/m²
— un strat de pînză bitumată tip A 55 (STAS 1046-67), un strat de împîslitură din fibre de sticlă bitumată tip IA și un strat de împîslitură bitumată tip IB (STAS 7916-69) aplicate peste un strat de amorsaj și lipite cu trei straturi de mastic	130
— două straturi de pînză bitumată tip 50 sau tip 40 (STAS 1046-67) între straturi de suspensie de bitum filerizat — subif — (STAS 558-71) și celochit (STAS 661-71) fără șape de protecție	120
4. Izolații termice	
Azbest plăci (pentru 1 cm grosime)	120
Beton (pentru 1 cm grosime):	
— celular autoclavizat	65
— cu agregate de granulit	90
— cu agregate de zgură expandată	120
— cu agregate vegetale (plăci nemontate)	60
— celular autoclavizat tip GBN	60
— celular autoclavizat tip GBC	66
5. Izolații fonice la pardoseli (pentru 1 cm grosime)	
Pîslă minerală P 90 în covoare de 1,5; 2,0; 2,5 cm grosime (tip Silan)	9
Vată minerală semirigidă (tip Silan) în plăci de 1,0; 1,5; 2,0 cm grosime:	
— A 90	9
— A 100	10
6. Pardoseli	
Covor PVC de 3 mm grosime lipit cu Aracet sau Prenadez, inclusiv stratul de egalizare, din mortar de ciment de 3 cm grosime	750
Covor PVC de 3 mm grosime lipit cu Aracet sau Prenadez, inclusiv dala flotantă sau șapa de 3,5 cm grosime:	
— cu strat fonoizolator din pudretă de cauciuc de 2,0 cm grosime și un strat de carton bitumat	1 000
— cu strat fonoizolator din plăci de vată minerală tip Silan de 1 cm grosime și un strat de carton bitumat	900
— cu strat fonoizolator din plăci de polistiren celular ecruisat de 1 cm grosime și un strat de carton bitumat	900
Parchet Lu din stejar de 2,2 cm grosime de PFL poros, de 1,6 cm grosime, lipit cu Aracet:	
— cu șapă de beton de 2 cm grosime	730
— cu strat din pudretă de cauciuc de 2 cm grosime	330
— cu strat de nisip de 2 cm grosime	600
Mozaic pe șapă din mortar de ciment de 3 cm grosime:	
— turnat de 1 cm grosime	940
— plăci de beton mozaicat de 3 cm grosime	1 000
7. Pereți	
Beton celular autoclavizat:	
— pereți despărțitori tencuiți pe ambele fețe executați din:	
— plăci de 6,3 cm grosime	1 300
— plăci de 12,5 cm grosime	2 000
Zidărie de cărămidă (inclusiv tencuiala pe ambele fețe) de:	
— 7,5 cm grosime din cărămidă plină presată pe cale umedă, de 240×115×63 mm (STAS 457-71)	1 800
— 12,5 cm grosime din cărămidă plină (STAS 457-71), de 240×115×63 mm	3 000
— 25 cm grosime din cărămidă plină presată pe cale umedă (STAS 457-71) de 240×115×63 mm	5 300

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 2

Valorile coeficienților încărcării pentru încărcări permanente

Nr. crt.	Tipul acțiunii	Coeficientul încărcării	Observații
1	Greutatea proprie a construcțiilor din beton, beton armat și beton precomprimat: — Pentru elemente prevăzute a fi executate industrializat, cu toleranțe dimensionale reduse și un sistem singular de verificare a abaterilor admise — la elemente de beton greu — la elemente de beton ușor — Pentru celelalte elemente în structura de rezistență și elemente de închidere — la elemente de beton greu — la elemente de beton ușor	 1,1 (0,9) 1,2 (0,8) 1,2 (0,9) 1,3 (0,8)	Valorile din paranteze se introduc în calcule dacă încărcările considerate au un efect favorabil asupra comportării elementului în secțiunea și la starea limită analizată Această precizare este valabilă și la punctele 2 și 3 ale prezentei tabele
2	Greutatea zidăriei din cărămidă sau înlocuitori, a tencuielilor, a șapelor, a plăcilor termoizolante, a altor elemente de construcție ale căror greutăți tehnice sau dimensiuni pot avea variații mari	1,3 (0,8)	Valoarea de 1,3 este o valoare minimă, putîndu-se adopta și valori mai mari, cu justificare
3	Pămînturi: — stîncoase — nestîncoase	 1,2 (0,8) 1,3 (0,8)	Valorile 1,2 și respectiv 1,3 sînt considerate valori minime, putîndu-se adopta și valori mai mari, cu justificări

Tabelul 3

Valorile normate ale rezistențelor betonului

Rezistența normată		Notația	Marca betonului										
			B 50	B 75	B100	B 150	B 200	B 250	B 300	B 400	B 450	B 500	B 600
Compresiune		R_c^n	3,0	4,5	6,5	9,5	12,5	15,5	18,5	24,0	26,5	29,0	34,0
Întindere	beton greu	R_t^n	0,5	0,65	0,75	1,0	1,2	1,4	1,6	1,9	2,0	2,1	2,3
	beton cu agregate de granulit		0,5	0,65	0,75	0,95	1,1	1,25	1,35	1,5	1,6	1,7	—

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 4

Valorile de calcul ale rezistențelor betonului pentru elemente din beton simplu

Rezistența de calcul		Notația	Marca betonului							
			B 50	B 75	B 100	B 150	B 200	B 250	B 300	B 400
			Valorile rezistențelor de calcul ale betonului pentru elemente din beton simplu (N/mm²)							
Compresiune		R_c	2,0	3,0	4,5	6,5	8,5	10,5	12,0	16,0
Întindere (pentru stările limită ale capacității portante)	beton greu	R_t	—	—	0,45	0,6	0,7	0,8	0,9	—
	beton cu agregate de granulit		—	—	0,45	0,55	0,65	0,75	0,8	—

Tabelul 5

Valorile de calcul ale rezistențelor betonului pentru elemente din beton armat și precomprimat

Rezistența de calcul		Notația	Marca betonului								
			B 100	B 150	B 200	B 250	B 300	B 400	B 450	B 500	B 600
			Valorile rezistențelor de calcul ale betonului pentru elemente de beton armat și beton precomprimat								
Compresiune		R_c	5,0	7,0	9,5	11,5	14,0	18,0 16,0*	19,5 17,5*	22,0 19,0*	25,0
Întindere (pentru stările limită ale capacității portante)	beton greu	R_t	0,5	0,65	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,55
	beton cu agregate de granulit		0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,05	1,1	—

Tabelul 6

Coeficienții suplimentari ai condițiilor de lucru

Modul de turnare	Dimensiunea cea mai mică a secțiunii transversale	
	sub 30 cm	30 cm sau mai mult
Elemente turnate în poziție orizontală	0,85	1,00
Elemente turnate în poziție verticală (stîlpi, diafragme, pereți) sau în poziție înclinată cu cofraj pe toate laturile	0,75	0,85

Scanned with OKEN Scanner

Valorile modulului de elasticitate al betonului, în N/mm² *Tabelul 7*

Tipul betonului	Marca betonului								
	B 100	B 150	B 200	B 250	B 300	B 400	B 450	B 500	B 600
Beton cu agregate grele	17 000	21 000	24 000	27 000	29 000	33 000	34 000	36 000	38 000
Beton cu agregate de granulit	11 000	13 000	15 000	16 500	18 000	20 000	21 000	22 000	—

Rezistențele armăturii nepretensionate *Tabelul 8*

Nr. crt.	Tipul oțelului		Rezistența normată R_a^n (N/mm²)	Rezistența de calcul R_a (N/mm²)
1	OB 37:	d ≤ 12 mm	255	210
		d > 12 mm	235	
2	PC 52:	d ≤ 14 mm	360	290
		d = 16...28 mm	340	
		d > 28 mm	330	
3	PC 60:	d ≤ 14 mm	430	340
		d > 14 mm	390	
4	STNB:	d ≤ 14 mm	490	360
		d = 4,5...7,1 mm	440	
		d > 7,1 mm	390	320

Tabelul 9

Valorile normate și de calcul ale rezistenței armăturilor pentru beton precomprimat

Tipul și calitatea armăturii		Diametrul sîrmei, barei sau al toronului	Rezistența normată R_p^n	Rezistența de calcul R_p
SBP	SBP I	1,5	2 110	1 720
		2	2 010	1 640
		2,5	1 910	1 560
		3	1 860	1 520
		3,7	1 770	1 440
		4	1 720	1 400
		5	1 670	1 360
		6	1 620	1 320
		7	1 570	1 280
	SBP II	1,5	1 910	1 560
		2	1 860	1 520
		2,5	1 770	1 440
		3	1 670	1 360
SBPA	SBPA I	3	1 810	1 480
		4	1 720	1 400
		5	1 670	1 360
		6	1 620	1 320
		7	1 570	1 280
	SBPA II	3	1 670	1 360
		4	1 620	1 320
		5	1 520	1 240
		6	1 470	1 200
		7	1 470	1 200
PC 90		10...28	590	500
TBP		6	1 910	1 560
		7,5	1 840	1 500
		9	1 760	1 440
		12	1 660	1 360

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 10

Coeficienții B, γ pentru calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară sau în formă de T, supuse la încovoiere sau la compresiune (întindere) excentrică cu excentricitate mare

OB 37

(R_a = 2 100 daN/cm²)

Marca μ %	B 100 (a) R_c=35		B 100 (b) R_c=40		B 100 (c) R_c=50		B 150 (a) R_c=55		B 150 (b) R_c=60		B 150 (c) B 200 (a) R_c=70		Marca μ %
	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	
0,05	1,03	0,970	1,04	0,974	1,04	0,979	1,04	0,981	1,04	0,983	1,04	0,985	0,05
0,10	2,04	0,970	2,04	0,974	2,06	0,979	2,06	0,981	2,06	0,983	2,07	0,985	0,10
0,15	3,01	0,955	3,03	0,961	3,05	0,969	3,06	0,971	3,07	0,974	3,08	0,978	0,15
0,20	3,95	0,940	3,98	0,948	4,02	0,958	4,04	0,962	4,05	0,965	4,07	0,970	0,20
0,25	4,85	0,923	4,91	0,934	4,97	0,948	5,00	0,952	5,05	0,956	5,05	0,963	0,25
0,30	5,73	0,910	5,80	0,921	5,90	0,937	5,94	0,943	5,97	0,948	6,02	0,955	0,30
0,35	6,58	0,895	6,67	0,908	6,81	0,927	6,86	0,933	6,90	0,939	6,96	0,948	0,35
0,40	7,39	0,880	7,52	0,895	7,69	0,916	7,76	0,924	7,81	0,930	7,90	0,940	0,40
0,45	8,17	0,867	8,33	0,882	8,56	0,906	8,64	0,914	8,71	0,921	8,81	0,933	0,45
0,50	8,93	0,850	9,12	0,869	9,40	0,895	9,50	0,905	9,58	0,913	9,71	0,925	0,50
0,55	9,64	0,835	9,88	0,856	10,22	0,885	10,34	0,895	10,44	0,904	10,60	0,918	0,55
0,60	10,33	0,820	10,62	0,843	11,01	0,874	11,16	0,885	11,28	0,895	11,47	0,910	0,60
0,65	10,99	0,805	11,32	0,829	11,79	0,864	11,96	0,876	12,10	0,886	12,32	0,903	0,65
0,70	11,61	0,790	12,00	0,816	12,54	0,853	12,74	0,866	12,90	0,878	13,16	0,895	0,70
0,75	12,21	0,775	12,65	0,803	13,27	0,843	13,49	0,857	13,68	0,869	13,98	0,888	0,75
0,80	12,77	0,760	13,27	0,790	13,98	0,832	14,23	0,847	14,45	0,860	14,78	0,880	0,80
0,85	13,30	0,745	13,87	0,777	14,66	0,822	14,95	0,838	15,19	0,851	15,57	0,873	0,85
0,90	13,80	0,730	14,43	0,764	15,33	0,811	15,65	0,828	15,92	0,843	16,35	0,865	0,90
0,95	14,26	0,715	14,97	0,751	15,97	0,801	16,33	0,819	16,63	0,834	17,11	0,858	0,95
1,00	14,70	0,700	15,49	0,738	16,59	0,790	16,99	0,809	17,32	0,825	17,85	0,850	1,00
1,10	μ_{max}=1,00 %		16,43	0,711	17,76	0,769	18,25	0,790	18,65	0,808	19,29	0,835	1,10
1,20	B_{max}=14,7		μ_{max}=1,14 %		18,85	0,748	19,43	0,771	19,91	0,790	20,66	0,820	1,20
1,30			B_{max}=16,8		19,85	0,727	20,52	0,752	21,09	0,773	21,98	0,805	1,30
1,40					20,76	0,706	21,54	0,733	22,20	0,755	23,23	0,790	1,40
1,50					μ_{max}=1,43 %		22,48	0,714	23,23	0,738	24,41	0,775	1,50
					B_{max}=21,0		μ_{max}=1,57 %		24,19	0,720	25,54	0,760	1,60
							B_{max}=23,1		25,08	0,703	26,60	0,745	1,70
									μ_{max}=1,71 %		27,59	0,730	1,80
									B_{max}=25,2		28,53	0,715	1,90
											29,40	0,700	2,00
											μ_{max}=2,00 %		2,20
											B_{max}=29,4		2,40

Indicii a, b, c la marca betonului

Poziția de turnare		Verticală		Orizontală	
Dimensiunea cea mai mică a secțiunii transversale (cm)		<30	⩾30	<30	⩾30
Solicitarea	Compresiune centrică sau excentrică	a	b	b	c
	Încovoiere, compresiune locală	c			

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 10 (continuare)

Marca	B 200 (b)		B 250 (a)		B 200 (c)		B 230 (b) B 300 (a)		B 250 (c)		Marca
	$R_c=80$		$R_c=85$		$R_c=95$		$R_c=100$		$R_c=115$		
μ %	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	μ %
0,05	1,04	0,987	1,04	0,988	1,04	0,989	1,04	0,989	1,04	0,990	0,05
0,10	2,07	0,987	2,08	0,988	2,08	0,989	2,08	0,989	2,08	0,990	0,10
0,15	3,09	0,980	3,09	0,981	3,10	0,983	3,10	0,984	3,11	0,986	0,15
0,20	4,09	0,974	4,10	0,975	4,11	0,978	4,11	0,979	4,12	0,981	0,20
0,25	5,08	0,967	5,09	0,969	5,10	0,972	5,11	0,974	5,13	0,977	0,25
0,30	6,05	0,961	6,07	0,963	6,09	0,967	6,10	0,969	6,13	0,973	0,30
0,35	7,01	0,954	7,03	0,957	7,07	0,961	7,08	0,963	7,11	0,968	0,35
0,40	7,96	0,948	7,98	0,951	8,03	0,956	8,05	0,958	8,09	0,963	0,40
0,45	8,89	0,941	8,92	0,944	8,98	0,950	9,00	0,953	9,06	0,959	10,45
0,50	9,81	0,934	9,85	0,938	9,92	0,945	9,95	0,948	10,02	0,954	0,50
0,55	10,72	0,928	10,77	0,932	10,85	0,939	10,88	0,942	10,97	0,950	0,55
0,60	11,61	0,921	11,67	0,926	11,76	0,934	11,81	0,937	11,91	0,945	0,60
0,65	12,49	0,915	12,55	0,920	12,67	0,928	12,72	0,932	12,84	0,941	0,65
0,70	13,35	0,908	13,43	0,914	13,56	0,923	13,62	0,927	13,76	0,936	0,70
0,75	14,20	0,902	14,29	0,907	14,44	0,917	14,51	0,921	14,68	0,932	0,75
0,80	15,04	0,895	15,14	0,901	15,31	0,912	15,39	0,916	15,57	0,927	0,80
0,85	15,86	0,888	15,98	0,895	16,17	0,906	19,26	0,911	16,46	0,922	0,85
0,90	16,67	0,882	16,80	0,889	17,02	0,901	17,11	0,906	17,35	0,918	0,90
0,95	17,46	0,875	17,61	0,883	17,86	0,895	17,96	0,900	18,21	0,913	0,95
1,00	18,24	0,869	18,41	0,876	18,68	0,889	18,79	0,895	19,09	0,909	1,00
1,10	19,76	0,856	19,96	0,864	20,29	0,878	20,43	0,885	20,79	0,900	1,10
1,20	21,23	0,843	21,46	0,852	21,86	0,867	22,02	0,874	22,43	0,890	1,20
1,30	22,64	0,829	22,92	0,839	23,38	0,856	23,57	0,864	24,05	0,881	1,30
1,40	24,00	0,816	24,32	0,827	24,85	0,845	25,08	0,853	25,64	0,872	1,40
1,50	25,30	0,803	25,66	0,815	26,28	0,834	26,54	0,843	27,18	0,863	1,50
1,60	26,54	0,790	26,96	0,802	27,66	0,823	27,96	0,832	28,69	0,851	1,60
1,70	27,73	0,770	28,20	0,790	28,99	0,812	29,33	0,822	30,17	0,845	1,70
1,80	28,87	0,764	29,40	0,778	30,28	0,801	30,66	0,811	31,64	0,837	1,80
1,90	29,95	0,751	30,54	0,765	31,52	0,790	31,94	0,801	33,00	0,827	1,90
2,00	30,97	0,738	31,63	0,753	32,72	0,779	33,18	0,790	34,31	0,817	2,00
2,20	32,85	0,711	33,63	0,728	34,97	0,757	35,53	0,769	36,91	0,799	2,20
2,40	$\mu_{max}=2,28\,\%$		35,43	0,703	37,01	0,735	37,70	0,748	39,36	0,781	2,40
2,60	$B_{max}=33,6$		$\mu_{max}=2,43\,\%$		38,93	0,713	39,69	0,727	41,66	0,763	2,60
2,80			$B_{max}=35,7$		$\mu_{max}=2,71\,\%$		41,51	0,706	43,75	0,744	2,80
3,00					$B_{max}=40,0$		$\mu_{max}=2,86\,\%$		45,74	0,726	3,00
3,20							$B_{max}=42,0$		47,58	0,708	3,20
									$\mu_{max}=3,29\,\%$		
									$B_{max}=48,3$		

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 11

Coeficienții B, γ pentru calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară sau în formă de T, supuse la încovoiere sau la compresiune (întindere) excentrică cu excentricitate mare

PC 52

(R_a = 2 900 daN/cm²)

Marca	B 150 (c) B 200 (a)		B 200 (b)		B 250 (a)		B 200 (c)		B 250 (b) B 300 (a)		Marca
μ %	R_c = 70		R_c = 80		R_c = 85		R_c = 95		R_c = 100		μ %
	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	
0,05	1,44	0,979	1,44	0,982	1,44	0,983	1,44	0,985	1,44	0,986	0,05
0,10	2,84	0,979	2,85	0,982	2,85	0,983	2,86	0,985	2,86	0,986	0,10
0,15	4,21	0,969	4,23	0,973	4,24	0,974	4,25	0,977	4,26	0,978	0,15
0,20	5,56	0,959	5,59	0,964	5,60	0,966	5,62	0,969	5,63	0,971	0,20
0,25	6,87	0,948	6,92	0,955	6,94	0,957	6,97	0,962	6,99	0,964	0,25
0,30	8,16	0,938	8,23	0,946	8,25	0,949	8,30	0,954	8,32	0,957	0,30
0,35	9,41	0,927	9,51	0,937	9,54	0,940	9,61	0,947	9,63	0,949	0,35
0,40	10,64	0,917	10,76	0,928	10,81	0,932	10,89	0,939	10,93	0,942	0,40
0,45	11,83	0,909	11,98	0,918	12,04	0,923	12,15	0,931	12,20	0,935	0,45
0,50	12,99	0,896	13,18	0,909	13,31	0,918	13,39	0,924	13,45	0,928	0,50
0,55	14,13	0,886	14,36	0,900	14,45	0,906	14,61	0,916	14,68	0,920	0,55
0,60	15,24	0,876	15,50	0,891	15,62	0,898	15,81	0,908	15,89	0,913	0,60
0,65	16,30	0,865	16,63	0,882	16,75	0,889	16,98	0,901	17,07	0,906	0,65
0,70	17,36	0,855	17,72	0,873	17,88	0,881	18,13	0,893	18,24	0,899	0,70
0,75	18,38	0,845	18,79	0,864	18,97	0,872	19,26	0,886	19,38	0,891	0,75
0,80	19,35	0,834	19,84	0,855	20,04	0,864	20,37	0,878	20,51	0,884	0,80
0,85	20,31	0,824	20,85	0,846	21,07	0,855	21,45	0,870	21,61	0,877	0,85
0,90	21,25	0,814	21,85	0,837	22,11	0,847	22,51	0,863	22,69	0,870	0,90
0,95	22,12	0,803	22,81	0,828	23,09	0,838	23,56	0,855	23,75	0,862	0,95
1,00	23,00	0,793	23,72	0,818	24,04	0,829	24,57	0,847	24,79	0,855	1,00
1,10	24,63	0,772	25,55	0,801	25,90	0,812	26,54	0,832	26,81	0,841	1,10
1,20	26,13	0,751	27,25	0,783	27,67	0,795	28,43	0,817	28,74	0,826	1,20
1,30	27,56	0,731	28,80	0,764	29,33	0,778	30,22	0,802	30,59	0,812	1,30
1,40	28,83	0,710	30,29	0,746	30,90	0,761	31,92	0,786	32,36	0,797	1,40
1,50	μ_{max} = 1,45 %		31,67	0,728	32,36	0,744	33,54	0,771	34,06	0,783	1,50
1,60	B_{max} = 29,4		32,94	0,710	33,73	0,727	35,08	0,756	35,64	0,768	1,60
			μ_{max} = 1,65 %		35,00	0,710	36,53	0,741	37,17	0,754	1,70
			B_{max} = 33,6		μ_{max} = 1,75 %		37,85	0,725	38,58	0,739	1,80
					B_{max} = 35,7		39,12	0,710	39,95	0,725	1,90
							μ_{max} = 1,97 %		41,18	0,710	2,00
							P_{max} = 40,0		μ_{max} = 2,07 %		2,20
									B_{max} = 42,0		2,40

Indicii a, b, c, la marca betonului

Poziția de turnare		Verticală		Orizontală	
Dimensiunea cea mai mică a secțiunii transversale (cm)		<30	⩾30	<30	⩾30
Solicitarea	Compresiune centrică sau excentrică	a	b	b	c
	Încovoiere, compresiune locală.	c			

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 11 (continuare)

Marca	B 250 (c)		B 300 (b)		B 400 (a)		B 300 (c)		B 400 (b)		B 400 (b)		Marca
	$R_e=115$		$R_e=120$		$R_e=130$		$R_e=140$		$R_e=150$		$R_e=180$		
μ %	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	η %
0,05	1,44	0,987	1,44	0,988	1,44	0,989	1,44	0,989	1,44	0,990	1,44	0,992	0,05
0,10	2,86	0,987	2,86	0,988	2,87	0,989	2,87	0,989	2,87	0,990	2,88	0,992	0,10
0,15	4,27	0,981	4,27	0,982	4,28	0,983	4,28	0,984	4,29	0,986	4,30	0,988	0,15
0,20	5,65	0,975	5,66	0,976	5,67	0,978	5,68	0,979	5,69	0,981	5,71	0,984	0,20
0,25	7,02	0,968	7,03	0,970	7,05	0,972	7,06	0,974	7,07	0,976	7,10	0,980	0,25
0,30	8,37	0,962	8,38	0,964	8,41	0,967	8,43	0,969	8,45	0,971	8,49	0,976	0,30
0,35	9,70	0,956	9,72	0,958	9,75	0,961	9,78	0,964	9,81	0,966	9,86	0,972	0,35
0,40	11,01	0,950	11,04	0,952	11,08	0,955	11,12	0,959	11,15	0,961	11,23	0,968	0,40
0,45	12,31	0,943	12,34	0,946	12,39	0,950	12,44	0,953	12,48	0,957	12,58	0,964	0,45
0,50	13,59	0,937	13,62	0,940	13,69	0,944	13,75	0,948	13,80	0,955	13,92	0,960	0,50
0,55	14,84	0,931	14,89	0,934	14,97	0,938	15,04	0,943	15,10	0,947	15,24	0,956	0,55
0,60	16,08	0,924	16,14	0,928	16,24	0,933	16,32	0,938	16,39	0,942	16,56	0,952	0,60
0,65	17,31	0,918	17,37	0,921	17,48	0,928	17,58	0,933	17,67	0,937	17,86	0,948	0,65
0,70	18,51	0,912	18,58	0,915	18,72	0,922	18,83	0,928	18,93	0,932	19,16	0,944	0,70
0,75	19,69	0,905	19,78	0,909	19,93	0,916	20,06	0,922	20,17	0,928	20,44	0,940	0,75
0,80	20,86	0,899	20,96	0,903	21,13	0,911	21,28	0,917	21,41	0,923	21,70	0,936	0,80
0,85	22,01	0,893	22,12	0,897	22,31	0,905	22,48	0,912	22,62	0,918	22,96	0,932	0,85
0,90	23,14	0,887	23,26	0,891	23,48	0,900	23,67	0,907	23,83	0,913	24,21	0,928	0,90
0,95	24,25	0,880	24,39	0,885	24,63	0,894	24,84	0,902	25,02	0,908	25,44	0,919	0,95
1,00	25,34	0,874	25,50	0,879	25,77	0,888	26,00	0,896	26,20	0,903	26,66	0,919	1,00
1,10	27,48	0,861	27,66	0,867	27,99	0,877	28,27	0,886	28,51	0,894	29,07	0,911	1,10
1,20	29,53	0,841	29,75	0,855	30,14	0,866	30,47	0,876	30,76	0,884	31,44	0,903	1,20
1,30	31,52	0,836	31,78	0,843	32,23	0,855	32,62	0,865	32,96	0,874	33,75	0,895	1,30
1,40	33,43	0,823	33,73	0,831	34,26	0,844	34,71	0,855	35,11	0,865	36,02	0,887	1,40
1,50	35,27	0,811	35,62	0,819	36,22	0,833	36,76	0,845	37,19	0,855	38,24	0,879	1,50
1,60	37,03	0,798	37,49	0,808	38,10	0,821	38,70	0,834	39,16	0,845	40,45	0,871	1,60
1,70	38,70	0,785	39,19	0,795	39,91	0,810	40,62	0,824	41,13	0,836	42,56	0,863	1,70
1,80	40,35	0,775	40,87	0,783	41,65	0,799	42,49	0,814	42,99	0,826	44,63	0,855	1,80
1,90	41,87	0,760	42,43	0,770	43,43	0,788	44,25	0,803	44,92	0,816	46,65	0,847	1,90
2,00	43,38	0,748	43,96	0,758	45,05	0,777	45,99	0,793	46,73	0,807	48,63	0,839	2,00
2,20	46,13	0,723	46,83	0,734	48,13	0,754	49,25	0,772	50,17	0,787	52,44	0,823	2,20
2,40	$\mu_{max}=2,38\ \%$		49,42	0,710	50,91	0,732	52,27	0,751	53,34	0,768	56,07	0,807	2,40
2,60	$B_{max}=48,3$		$\mu_{max}=2,48\ \%$		53,53	0,710	55,12	0,731	56,40	0,749	59,66	0,791	2,60
2,80			$B_{max}=50,4$		$\mu_{max}=2,69\ \%$		57,65	0,710	59,13	0,730	62,83	0,774	2,80
3,00					$B_{max}=54,6$		$\mu_{max}=2,90\ \%$		61,75	0,711	65,90	0,758	3,00
							$B_{max}=58,8$		$\mu_{max}=3,10\ \%$		68,78	0,742	3,20
									$B_{max}=63,0$		71,47	0,726	3,40
											74,12	0,710	3,60
											$\mu_{max}=3,73\ \%$		
											$B_{max}=75,6$		

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 12

Coeficienții B, γ pentru calculul elementelor cu secțiune dreptunghiulară sau în formă de T, supuse la încovoiere sau la compresiune (întindere) excentrică cu excentricitate mare

PC 60

(R_a = 3 400 daN/cm²)

Marca	B 200 (a)		B 200 (b)		B 250 (a)		B 200 (c)		B 250 (b) B 300 (a)		Marca
	R_c = 70		R_c = 80		R_c = 85		R_c = 95		R_c = 100		
μ %	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	μ %
0,05	1,68	0,976	1,68	0,979	1,68	0,980	1,68	0,982	1,69	0,983	0,05
0,10	3,32	0,976	3,33	0,979	3,33	0,980	3,34	0,982	3,34	0,983	0,10
0,15	4,92	0,961	4,94	0,968	4,95	0,970	4,96	0,973	4,97	0,975	0,15
0,20	6,47	0,951	6,51	0,958	6,53	0,960	6,56	0,964	6,57	0,966	0,20
0,25	7,98	0,939	8,05	0,947	8,08	0,950	8,12	0,955	8,14	0,958	0,25
0,30	9,46	0,927	9,55	0,936	9,59	0,940	9,65	0,946	9,67	0,949	0,30
0,35	10,89	0,915	11,02	0,926	11,07	0,930	11,15	0,937	11,19	0,941	0,35
0,40	12,28	0,903	12,44	0,915	12,51	0,920	12,62	0,928	12,68	0,932	0,40
0,45	13,62	0,890	13,83	0,904	13,92	0,910	14,06	0,919	14,14	0,924	0,45
0,50	14,93	0,878	15,20	0,894	15,30	0,900	15,47	0,910	15,56	0,915	0,50
0,55	16,19	0,866	16,51	0,883	16,64	0,890	16,87	0,902	16,96	0,907	0,55
0,60	17,42	0,854	17,81	0,873	17,95	0,880	18,20	0,892	18,32	0,898	0,60
0,65	18,60	0,842	19,05	0,862	19,23	0,870	19,54	0,884	19,65	0,889	0,65
0,70	19,75	0,830	20,28	0,852	20,47	0,860	20,80	0,874	20,97	0,881	0,70
0,75	20,86	0,818	21,44	0,841	21,68	0,850	22,08	0,866	22,26	0,873	0,75
0,80	21,92	0,806	22,58	0,830	22,85	0,840	23,31	0,857	23,50	0,864	0,80
0,85	22,95	0,794	23,67	0,819	23,99	0,830	24,53	0,849	24,74	0,856	0,85
0,90	23,90	0,781	24,76	0,809	25,09	0,820	25,67	0,839	25,92	0,847	0,90
0,95	24,84	0,769	25,77	0,798	26,16	0,810	26,81	0,830	27,07	0,838	0,95
1,00	25,74	0,757	26,79	0,788	27,20	0,800	27,91	0,821	28,22	0,830	1,00
1,10	27,38	0,732	28,65	0,766	29,17	0,780	30,03	0,803	30,41	0,813	1,10
1,20	28,93	0,709	30,40	0,745	31,00	0,760	32,03	0,785	32,48	0,796	1,20
1,30	μ_{max} = 1,24 %		32,00	0,724	32,71	0,740	33,90	0,767	34,43	0,779	1,30
1,40	B_{max} = 29,4		33,46	0,703	34,27	0,720	35,65	0,749	36,27	0,762	1,40
1,50			μ_{max} = 1,41 %		35,70	0,700	37,28	0,731	38,00	0,745	1,50
1,60			B_{max} = 33,6		μ_{max} = 1,50 %		38,84	0,714	39,60	0,728	1,60
					B_{max} = 35,7		μ_{max} = 1,67 %		41,10	0,711	1,70
							B_{max} = 40,0		μ_{max} = 1,76 %		1,80
									B_{max} = 42,0		1,90

Indicii a, b, c la marca betonului

Poziția de turnare		Verticală		Orizontală	
Dimensiunea cea mai mică a secțiunii transversale (cm)		<30	⩾30	<30	⩾30
Solicitarea	Compresiune centrică sau excentrică	a	b	b	c
	Încovoiere, compresiune locală	c			

Tabelul 12 (continuare)

Marca	B 250 (c)		B 300 (b)		B 300 (c)		B 400 (b)		B 400 (c)		Marca
μ %	R_c=115		R_c=120		R_c=140		R_c=150		R_c=180		μ %
	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	B	γ	
0,05	1,69	0,985	1,69	0,986	1,69	0,988	1,69	0,989	1,68	0,990	0,05
0,10	3,35	0,985	3,35	0,986	3,36	0,988	3,36	0,989	3,35	0,990	0,10
0,15	4,99	0,978	4,99	0,979	5,01	0,982	5,01	0,983	5,03	0,986	0,15
0,20	6,60	0,970	6,61	0,972	6,63	0,976	6,65	0,977	6,67	0,981	0,20
0,25	8,19	0,963	8,20	0,965	8,24	0,970	8,26	0,972	8,30	0,976	0,25
0,30	9,75	0,956	9,77	0,958	9,83	0,964	9,85	0,966	9,91	0,972	0,30
0,35	11,28	0,948	11,31	0,950	11,39	0,958	11,43	0,960	11,51	0,967	0,35
0,40	12,80	0,941	12,83	0,943	12,94	0,951	12,98	0,955	13,08	0,962	0,40
0,45	14,28	0,933	14,32	0,936	14,46	0,945	14,52	0,949	14,61	0,955	0,45
0,50	15,74	0,926	15,80	0,929	15,97	0,939	16,04	0,943	16,20	0,953	0,50
0,55	17,18	0,919	17,24	0,922	17,45	0,933	17,53	0,938	17,73	0,948	0,55
0,60	18,59	0,911	18,67	0,915	18,91	0,927	19,01	0,932	19,24	0,943	0,60
0,65	19,98	0,904	20,06	0,908	20,36	0,921	20,47	0,926	20,75	0,939	0,65
0,70	21,34	0,897	21,44	0,901	21,73	0,915	21,91	0,921	22,23	0,934	0,70
0,75	22,67	0,889	22,79	0,894	23,18	0,909	23,33	0,915	23,69	0,929	0,75
0,80	23,98	0,882	24,12	0,887	24,56	0,903	24,78	0,909	25,13	0,924	0,80
0,85	25,27	0,874	25,42	0,880	25,92	0,897	26,12	0,904	26,59	0,920	0,85
0,90	26,53	0,867	26,70	0,873	27,26	0,891	27,48	0,898	28,00	0,915	0,90
0,95	27,76	0,860	27,95	0,865	28,57	0,885	28,82	0,892	29,39	0,910	0,95
1,00	28,97	0,852	29,18	0,858	29,87	0,879	30,15	0,887	30,80	0,906	1,00
1,10	31,32	0,837	31,57	0,844	32,40	0,866	32,74	0,875	33,51	0,896	1,10
1,20	33,56	0,823	33,86	0,830	34,85	0,854	35,25	0,864	36,19	0,887	1,20
1,30	35,71	0,808	36,06	0,816	37,22	0,842	37,69	0,853	38,76	0,877	1,30
1,40	37,75	0,793	38,16	0,802	39,51	0,830	40,05	0,841	41,32	0,868	1,40
1,50	39,68	0,778	40,19	0,788	41,72	0,818	42,33	0,830	43,76	0,858	1,50
1,60	41,51	0,763	42,05	0,773	43,85	0,806	44,55	0,819	46,19	0,849	1,60
1,70	43,29	0,749	43,87	0,759	44,16	0,794	46,64	0,807	48,49	0,839	1,70
1,80	45,29	0,740	45,59	0,745	47,80	0,781	48,72	0,796	50,80	0,830	1,80
1,90	46,45	0,719	47,22	0,731	49,68	0,769	50,64	0,784	53,04	0,821	1,90
2,00	47,87	0,704	48,82	0,718	51,48	0,757	52,56	0,773	55,15	0,811	2,00
2,20	μ_{max}=2,03 %		μ_{max}=2,12 %		54,83	0,733	56,17	0,751	59,24	0,792	2,20
2,40	B_{max}=48,3		B_{max}=50,4		57,85	0,709	59,40	0,728	63,08	0,773	2,40
					μ_{max}=2,47 %		62,32	0,705	66,65	0,754	2,60
					B_{max}=58,8		μ_{max}=2,65 %		70,07	0,736	2,80
							B_{max}=63,0		73,13	0,717	3,00
									μ_{max}=3,17 %		
									B_{max}=75,6		

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 13

Coeficienții r pentru dimensionarea secțiunilor elementelor cu secțiune dreptunghiulară, supuse la încovoiere ($h_0 = r\sqrt{M/b}$)

Procentul de armare pentru dimensionarea secțiunii de armare		$\mu = 0{,}6\,\%$	$\mu = 0{,}8\,\%$	$\mu = 1{,}0\,\%$	$\mu = 1{,}2\,\%$
OB 37	B 100	0,301	0,268	0,247	0,230
	B 150	0,295	0,260	0,237	0,220
	B 200	0,292	0,256	0,232	0,214
	B 250	0,290	0,253	0,229	0,211
PC 52	B 150	0,257	0,227	0,209	0,196
	B 200	0,251	0,222	0,202	0,188
	B 250	0,249	0,219	0,199	0,184
	B 300	0,248	0,217	0,196	0,181
PC 60	B 200	0,235	0,207	0,190	0,177
	B 250	0,232	0,204	0,186	0,173
	B 300	0,230	0,202	0,183	0,170
	B 400	0,228	0,200	0,180	0,167

Scanned with OKEN Scanner

Forțe tăietoare preluate de beton + etrieri ($\bar{Q}_{eb}$) *Tabelul 14*

$$\bar{Q}_{eb} = \frac{Q_{eb}}{bh_0R}$$

ETRIERI DIN OB 37

Marca betonului	μ (%)	Valorile $\bar{Q}_{eb}$ pentru μ %																		
		0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
B 150	0,1	0,70	0,76	0,82	0,87	0,91	0,94	0,96	0,99	1,02	1,04	1,06	1,08	1,10	1,12	1,14	1,16	1,18	1,19	1,20
	0,2	1,00	1,09	1,16	1,22	1,28	1,34	1,39	1,44	1,47	1,50	1,53	1,56	1,58	1,60	1,62	1,65	1,67	1,69	1,71
	0,3	1,23	1,35	1,43	1,55	1,62	1,67	1,73	1,78	1,82	1,86	1,89	1,92	1,96	1,99	2,02	2,05	2,08	2,12	2,15
	0,4	1,43	1,57	1,68	1,78	1,87	1,95	2,02	2,09	2,15	2,20	2,24	2,28	2,32	2,36	2,39	2,41	2,44	2,47	2,50
	0,5	1,60	1,78	1,89	2,00	2,12	2,20	2,27	2,33	2,38	2,43	2,47	2,51	2,55	2,60	2,64	2,68	2,71	2,75	2,79
B 200	0,1	0,61	0,68	0,73	0,77	0,80	0,83	0,85	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00	1,02	1,04	1,06	1,08	1,09
	0,2	0,87	0,99	1,05	1,11	1,16	1,20	1,24	1,27	1,30	1,34	1,37	1,40	1,43	1,46	1,48	1,50	1,52	1,54	1,56
	0,3	1,10	1,23	1,30	1,36	1,42	1,47	1,52	1,57	1,61	1,65	1,68	1,71	1,74	1,77	1,80	1,83	1,86	1,88	1,90
	0,4	1,28	1,41	1,47	1,52	1,57	1,62	1,66	1,70	1,74	1,78	1,83	1,87	1,91	1,95	1,99	2,02	2,05	2,08	2,10
	0,5	1,44	1,60	1,71	1,80	1,87	1,93	1,99	2,05	2,11	2,16	2,22	2,27	2,32	2,37	2,41	2,44	2,47	2,50	2,53
B 250	0,1	0,58	0,64	0,68	0,71	0,74	0,77	0,80	0,83	0,86	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00	1,02	1,03	1,04
	0,2	0,85	0,92	0,98	1,04	1,10	1,14	1,17	1,20	1,23	1,26	1,29	1,32	1,35	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,43
	0,3	14,0	1,14	1,23	1,31	1,36	1,41	1,46	1,50	1,54	1,58	1,62	1,65	1,68	1,71	1,73	1,75	1,77	1,78	1,79
	0,4	1,21	1,32	1,43	1,52	1,58	1,63	1,68	1,72	1,76	1,80	1,84	1,88	1,92	1,95	1,99	2,02	2,05	2,08	2,10
	0,5	1,35	1,50	1,61	1,69	1,74	1,79	1,85	1,90	1,96	2,01	2,07	2,12	2,16	2,20	2,25	2,29	2,33	2,37	2,40
B 300	0,1	0,55	0,61	0,65	0,68	0,71	0,74	0,77	0,79	0,82	0,84	0,86	0,88	0,92	0,92	0,94	0,95	0,97	0,98	0,99
	0,2	0,80	0,87	0,92	0,97	1,02	1,06	1,10	1,14	1,17	1,20	1,22	1,24	1,26	1,28	1,30	1,32	1,33	1,35	1,36
	0,3	0,99	1,08	1,17	1,24	1,29	1,34	1,38	1,42	1,46	1,49	1,52	1,54	1,56	1,59	1,62	1,64	1,66	1,68	1,70
	0,4	1,15	1,26	1,36	1,44	1,49	1,54	1,59	1,64	1,68	1,72	1,76	1,80	1,83	1,86	1,89	1,91	1,93	1,94	1,95
	0,5	1,28	1,42	1,54	1,62	1,68	1,73	1,78	1,82	1,86	1,91	1,95	1,99	2,03	2,07	2,11	2,14	2,17	2,21	2,24

Observație. Cifrele din tabel sînt calculate pe baza formulei (88) din STAS 10107/0-76, paragraful 4.5.6, introducînd Q și M ca pentru o grindă simplu rezemată.

Scanned with OKEN Scanner

Forțe tăietoare preluate de beton + etrieri ($\overline{Q}_{eb}$)

$$\overline{Q} = \frac{Q_{eb}}{bh_0 R_t}$$

ETRIERI DIN STNB

Marca betonului	μ_e %	Valorile $\overline{Q}_{eb}$ pentru μ%																		
		0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
B 200	0,1	0,78	0,84	0,90	0,96	1,00	1,04	1,07	1,10	1,13	1,16	1,19	1,21	1,23	1,25	1,27	1,29	1,30	1,32	1,33
	0,2	1,10	1,22	1,30	1,36	1,42	1,47	1,52	1,56	1,60	1,64	1,68	1,72	1,76	1,79	1,82	1,85	1,88	1,91	1,93
	0,3	1,35	1,50	1,63	1,72	1,80	1,86	1,92	1,97	2,02	2,07	2,11	2,15	2,19	2,23	2,26	2,29	2,32	2,35	2,38
	0,4	—	—	—	1,96	2,04	2,12	2,19	2,26	2,32	2,38	2,43	2,48	2,52	2,56	2,60	2,63	2,66	2,69	2,72
	0,5	—	—	—	2,23	2,34	2,44	2,52	2,58	2,64	2,70	2,76	2,81	2,86	2,91	2,96	3,00	3,04	3,08	3,11
B 250	0,1	0,72	0,80	0,85	0,90	0,94	0,98	1,01	1,04	1,06	1,08	1,11	1,13	1,15	1,17	1,19	1,21	1,23	1,24	1,25
	0,2	1,05	1,16	1,25	1,32	1,38	1,42	1,46	1,50	1,54	1,58	1,61	1,64	1,67	1,70	1,72	1,74	1,76	1,77	1,78
	0,3	1,28	1,41	1,52	1,61	1,67	1,72	1,77	1,81	1,86	1,90	1,95	2,00	2,05	2,09	2,13	2,16	2,19	2,21	2,23
	0,4	—	—	—	1,87	1,94	2,01	2,08	2,15	2,21	2,26	2,31	2,36	2,40	2,43	2,47	2,51	2,55	2,59	2,62
	0,5	—	—	—	2,10	2,20	2,28	2,35	2,42	2,48	2,54	2,60	2,65	2,69	2,74	2,78	2,82	2,86	2,89	2,93
B 300	0,1	0,72	0,78	0,82	0,85	0,89	0,92	0,95	0,98	1,01	1,03	1,05	1,07	1,09	1,11	1,13	1,14	1,15	1,17	1,18
	0,2	1,05	1,12	1,17	1,21	1,27	1,33	1,38	1,43	1,47	1,50	1,53	1,55	1,57	1,59	1,62	1,64	1,66	1,68	1,70
	0,3	1,26	1,37	1,46	1,53	1,59	1,65	1,70	1,75	1,80	1,84	1,88	1,91	1,94	1,97	2,00	2,03	2,06	2,09	2,11
	0,4	—	—	—	1,84	1,91	1,97	2,02	2,07	2,11	2,15	2,20	2,24	2,28	2,32	2,36	2,40	2,43	2,46	2,48
	0,5	—	—	—	1,98	2,06	2,14	2,21	2,28	2,35	2,40	2,45	2,50	2,55	2,60	2,64	2,68	2,71	2,74	2,77

Observație. Cifrele din tabelă sînt calculate pe baza formulei (88) din STAS 10107/0-76, paragraful 4.5.6, introducînd Q și M ca pentru o grindă simplu rezemată (cazurile barate din tabelă sînt neuzuale).

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 1

Aria secțiunii transversale și greutatea armăturilor

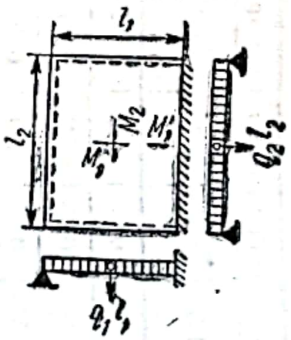
Diametrul mm	Aria secțiunii transversale pentru *n* bare, în cm²														Diametrul mm	Greutatea daN/m
	1	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	7	8	9	10		
3	0,071	0,14	0,18	0,21	0,25	0,28	0,32	0,35	0,39	0,42	0,49	0,57	0,64	0,71	3	0,055
3,5	0,096	0,19	0,24	0,29	0,34	0,38	0,43	0,48	0,53	0,58	0,67	0,77	0,86	0,96	3,5	0,075
4	0,126	0,25	0,32	0,38	0,44	0,50	0,57	0,63	0,69	0,76	0,88	1,01	1,13	1,26	4	0,098
4,5	0,159	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80	0,87	0,95	1,11	1,27	1,43	1,59	4,5	0,125
5	0,196	0,39	0,49	0,59	0,69	0,79	0,88	0,98	1,08	1,18	1,37	1,57	1,77	1,96	5	0,154
5,5	0,238	0,48	0,60	0,71	0,83	0,95	1,07	1,19	1,31	1,43	1,66	1,90	2,14	2,38	5,5	0,188
6	0,283	0,57	0,71	0,85	0,99	1,13	1,27	1,42	1,56	1,70	1,98	2,26	2,55	2,83	6	0,222
7	0,385	0,77	0,97	1,15	1,36	1,54	1,74	1,92	2,13	2,31	2,69	3,08	3,46	3,85	7	0,302
8	0,503	1,01	1,26	1,51	1,76	2,01	2,26	2,51	2,75	3,02	3,52	4,02	4,53	5,03	8	0,395
10	0,785	1,57	1,96	2,36	2,75	3,14	3,53	3,93	4,32	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85	10	0,617
12	1,131	2,26	2,82	3,39	3,95	4,52	5,08	5,65	6,11	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31	12	0,888
14	1,539	3,08	—	4,62	—	6,16	—	7,69	—	9,23	10,77	12,31	13,85	15,39	14	1,208
16	2,011	4,02	—	6,03	—	8,04	—	10,05	—	12,06	14,07	16,08	18,10	20,11	16	1,578
18	2,545	5,09	—	7,63	—	10,18	—	12,72	—	15,27	17,81	20,36	22,90	25,45	18	1,998
20	3,141	6,28	—	9,42	—	12,56	—	15,71	—	18,84	21,99	25,14	28,28	31,41	20	2,466
22	3,801	7,60	—	11,40	—	15,20	—	19,00	—	22,81	26,61	30,41	34,21	38,01	22	2,984
25	4,909	9,82	—	14,73	—	19,63	—	24,54	—	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09	25	3,853
28	6,158	12,32	—	18,47	—	24,63	—	30,79	—	36,95	43,10	49,26	55,42	61,58	28	4,834
32	8,042	16,08	—	24,13	—	32,17	—	40,21	—	48,25	56,30	64,34	72,38	80,42	32	6,313
36	10,18	20,36	—	30,54	—	40,72	—	50,90	—	61,08	71,26	81,44	91,62	101,80	36	7,990
40	12,56	25,12	—	37,68	—	50,24	—	62,80	—	75,36	87,92	100,04	113,04	125,60	40	9,870

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 17, a

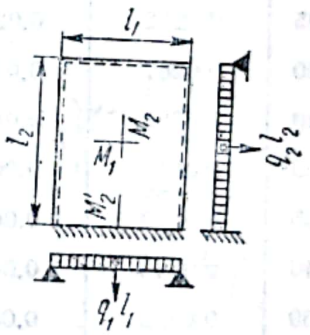
Coeficienții pentru calculul valorilor maxime ale momentelor în cîmp și pe reazem pentru plăcile cu un singur cîmp, armate pe două direcții și rezemate pe tot conturul

(v. STAS 10107/2-77, tabelele 2, *a*...*f*)

λ	α_{11}	α_{12}	β_{11}	β_{12}	
0,50	0,0059	0,0946	0,0588	0,9412	$\lambda = l_1/l_2$;
0,55	0,0080	0,0881	0,0838	0,9162	$M_1 = \alpha_{11} q \cdot l_1^2$;
0,60	0,0105	0,0813	0,1147	0,8853	
0,65	0,0133	0,0744	0,1515	0,8485	$M_2 = \alpha_{12} q \cdot l_2^2$;
0,70	0,0162	0,0676	0,1936	0,8064	$q_1 = \beta_{11} \cdot q$;
0,75	0,0193	0,0612	0,2404	0,7596	$q_2 = \beta_{12} \cdot q$.
0,80	0,0227	0,0555	0,2906	0,7094	
0,85	0,0261	0,0491	0,3430	0,6570	$M_1' = -\dfrac{q_1 l_1^2}{8}$
0,90	0,0292	0,0447	0,3962	0,6028	
0,95	0,0329	0,0403	0,4489	0,5511	
1,00	0,0365	0,0365	0,5000	0,5000	
1,10	0,0439	0,0300	0,5942	0,4058	
1,20	0,0514	0,0248	0,6747	0,3253	
1,30	0,0588	0,0206	0,7407	0,2593	
1,40	0,0657	0,0171	0,7935	0,2065	
1,50	0,0721	0,0142	0,8351	0,1649	
1,60	0,0776	0,0118	0,8676	0,1324	
1,70	0,0829	0,0099	0,8931	0,1069	
1,80	0,0873	0,0082	0,9130	0,0870	
1,90	0,0912	0,0070	0,9287	0,0713	
2,00	0,0946	0,0059	0,9412	0,0588	

Scanned with OKEN Scanner

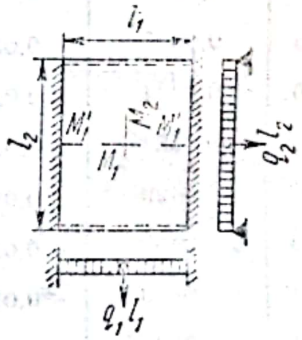
Tabelu 17, b

λ	α_{21}	α_{22}	β_{21}	β_{22}	
0,50	0,0071	0,0887	0,1351	0,8649	$\lambda = l_2/l_1$;
0,55	0,0093	0,0808	0,1862	0,8138	$M_1 = \alpha_{21} \cdot q \cdot l_1^2$;
0,60	0,0117	0,0730	0,2447	0,7553	
0,65	0,0142	0,0654	0,3086	0,6914	$M_2 = \alpha_{22} \cdot q \cdot l_2^2$;
0,70	0,0169	0,0582	0,3751	0,6249	$q_1 = \beta_{21} \cdot q$;
0,75	0,0197	0,0515	0,4417	0,5583	$q_2 = \beta_{22} \cdot q$.
0,80	0,0224	0,0455	0,5059	0,4941	
0,85	0,0252	0,0401	0,5661	0,4339	$M_2' = -\frac{q_2 \, l_2^2}{8}$
0,90	0,0280	0,0352	0,6212	0,3788	
0,95	0,0307	0,0310	0,6706	0,3294	
1,00	0,0334	0,0272	0,7143	0,2857	
1,10	0,0384	0,0210	0,7854	0,2146	
1,20	0,0429	0,0163	0,8383	0,1617	
1,30	0,0467	0,0127	0,8772	0,1228	
1,40	0,0499	0,0100	0,9057	0,0943	
1,50	0,0526	0,0079	0,9268	0,0732	
1,60	0,0546	0,0063	0,9425	0,0575	
1,70	0,0567	0,0051	0,9543	0,0457	
1,80	0,0587	0,0042	0,9633	0,0367	
1,90	0,0600	0,0034	0,9702	0,0298	
2,00	0,0606	0,0028	0,9756	0,0244	

Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 17, c

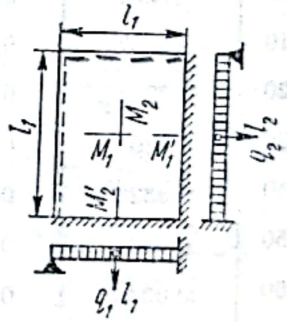
λ	α_{31}	α_{32}	β_{31}	β_{32}	
0,50	0,0073	0,0801	0,2381	0,7619	$\lambda = l_2/l_1$;
0,55	0,0093	0,0709	0,3139	0,6861	$M_1 = \alpha_{31} \cdot q \cdot l_1^2$;
0,60	0,0114	0,0620	0,3932	0,6068	$M_2 = \alpha_{32} \cdot q \cdot l_2^2$;
0,65	0,0136	0,0538	0,4716	0,5284	$q_1 = \beta_{31} \cdot q$;
0,70	0,0157	0,0463	0,5456	0,4544	$q_2 = \beta_{32} \cdot q$.
0,75	0,0178	0,0396	0,6127	0,3873	
0,80	0,0198	0,0338	0,6709	0,3291	$M_1' = -\frac{q_1 l_1^2}{12}$
0,85	0,0218	0,0289	0,7230	0,2770	
0,90	0,0235	0,0246	0,7664	0,2336	
0,95	0,0252	0,0210	0,8029	0,1971	
1,00	0,0267	0,0179	0,8333	0,1667	
1,10	0,0293	0,0133	0,8798	0,1202	
1,20	0,0313	0,0098	0,9120	0,0880	
1,30	0,0330	0,0074	0,9346	0,0654	
1,40	0,0343	0,0057	0,9505	0,0495	
1,50	0,0353	0,0044	0,9620	0,0380	
1,60	0,0362	0,0035	0,9704	0,0296	
1,70	0,0369	0,0028	0,9766	0,0234	
1,80	0,0374	0,0022	0,9813	0,0187	
1,90	0,0379	0,0018	0,9849	0,0151	
2,00	0,0383	0,0015	0,9877	0,0123	



Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 17, d

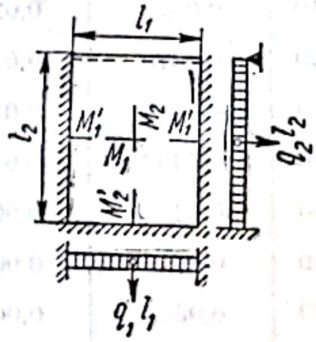
λ	α_{41}	α_{42}	β_{41}	β_{42}	
0,50	0,0037	0,0589	0,0588	0,9412	$\lambda = l_2/l_1$;
0,55	0,0051	0,0561	0,0838	0,9162	$M_1 = \alpha_{41} \cdot q \cdot l_1^2$;
0,60	0,0069	0,0529	0,1147	0,8853	$M_2 = \alpha_{42} \cdot q \cdot l_2^2$;
0,65	0,0089	0,0496	0,1515	0,8485	$q_1 = \beta_{41} \cdot q$;
0,70	0,0111	0,0462	0,1936	0,8064	$q_2 = \beta_{42} \cdot q$;
0,75	0,0135	0,0427	0,2404	0,7596	$M_1' = -\frac{q_1 \cdot l_1^2}{8}$;
0,80	0,0161	0,0393	0,2906	0,7094	$M_2' = -\frac{q_2 \cdot l_2^2}{8}$.
0,85	0,0187	0,0359	0,3430	0,6570	
0,90	0,0215	0,0327	0,3962	0,6038	
0,95	0,0242	0,0297	0,4489	0,5511	
1,00	0,0269	0,0269	0,5000	0,5000	
1,10	0,0322	0,0220	0,5942	0,4058	
1,20	0,0370	0,0179	0,6747	0,3253	
1,30	0,0414	0,0145	0,7407	0,2593	
1,40	0,0452	0,0118	0,7935	0,2065	
1,50	0,0485	0,0096	0,8351	0,1649	
1,60	0,0513	0,0078	0,8676	0,1324	
1,70	0,0537	0,0064	0,8931	0,1069	
1,80	0,0557	0,0053	0,9130	0,0870	
1,90	0,0574	0,0044	0,9287	0,0713	
2,00	0,0589	0,0037	0,9412	0,0588	



Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 17, e

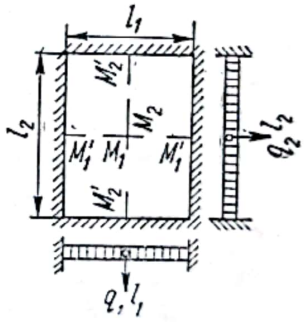
λ	α_{51}	α_{52}	β_{51}	β_{52}	
0,50	0,0041	0,0560	0,1111	0,8899	$\lambda = l_2/l_1$;
0,55	0,0053	0,0523	0,1547	0,8453	$M = \alpha_{51} \cdot \ \cdot \ _1$;
0,60	0,0072	0,0484	0,2058	0,7942	
0,65	0,0091	0,0442	0,2631	0,736	$M_2 = \alpha_{52} \cdot q \cdot l_2^2$;
0,70	0,0110	0,0401	0,3244	0,6756	$q_1 = \beta_{51} \cdot q$;
0,75	0,0131	0,0361	0,3876	0,6124	$q_2 = \beta_{52} \cdot q$;
0,80	0,0151	0,0323	0,4503	0,5497	
0,85	0,0171	0,0287	0,5108	0,4892	$M' = -\frac{q_1 \cdot l_1^2}{12}$;
0,90	0,0190	0,0254	0,5675	0,4325	
0,95	0,0209	0,0224	0,6196	0,3804	$M_2' = -\frac{q_2 \cdot l_2^2}{8}$.
1,00	0,0226	0,0198	0,6667	0,3333	
1,10	0,0257	0,0153	0,7454	0,2546	
1,20	0,0284	0,0119	0,8057	0,1943	
1,30	0,0305	0,0092	0,8510	0,1490	
1,40	0,0322	0,0072	0,8848	0,1152	
1,50	0,0337	0,0057	0,9101	0,0899	
1,60	0,0348	0,0046	0,9291	0,0709	
1,70	0,0358	0,0037	0,9435	0,0565	
1,80	0,0365	0,0030	0,9545	0,0455	
1,90	0,0371	0,0024	0,9631	0,0369	
2,00	0,0377	0,0020	0,9697	0,0303	



Scanned with OKEN Scanner

Tabelul 17, f

λ	α_{61}	α_{62}	β_{61}	β_{62}	
0,50	0,0023	0,0367	0,0588	0,9412	$\lambda = l_2/l_1$;
0,55	0,0032	0,0352	0,0838	0,9162	$M_1 = \alpha_{61} \cdot q \cdot l_2^1$;
0,60	0,0044	0,0336	0,1147	0,8853	$M_2 = \alpha_{62} \cdot q \cdot l_2^2$
0,65	0,0057	0,0322	0,1515	0,8485	$q_1 = \beta_{61} \cdot q$;
0,70	0,0072	0,0299	0,1936	0,8064	$q_2 = \beta_{62} \cdot q$;
0,75	0,0088	0,0279	0,2401	0,7599	
0,80	0,0106	0,0258	0,2906	0,7094	
0,85	0,0124	0,0238	0,3430	0,6570	$M_1 = -\frac{q_1 \cdot l_1^2}{12}$;
0,90	0,0143	0,0217	0,3962	0,6038	
0,95	0,0161	0,0198	0,4489	0,5511	$M_2' = -\frac{q_2 \cdot l_2^2}{12}$.
1,00	0,0179	0,0179	0,5000	0,5000	
1,10	0,0214	0,0146	0,5942	0,4058	
1,20	0,0244	0,0118	0,6747	0,3253	
1,30	0,0271	0,0095	0,7407	0,2593	
1,40	0,0293	0,0076	0,7935	0,2065	
1,50	0,0312	0,0062	0,8351	0,1649	
1,60	0,0327	0,0050	0,8676	0,1324	
1,70	0,0340	0,0041	0,8931	0,1069	
1,80	0,0351	0,0033	0,9130	0,0870	
1,90	0,0360	0,0028	0,9287	0,0713	
2,00	0,0367	0,0023	0,9412	0,0588	



CUPRINS

PARTEA ÎNTÎI. Statica construcțiilor

Cap. 1 *Echilibrul sistemelor de corpuri* 5
A. Relația de invariabilitate geometrică 5
B. Relația de determinare statică 6
C. Determinarea reacțiunilor la structuri static determinate 6

Cap. 2 *Grinzi drepte. Bare cotite* 14
A. Grinda simplu rezemată 14
B. Consola (bara încastrată) 17
C. Grinda simplu rezemată cu console 18
D. Grinzi cu console și articulații (grinzi Gerber) 23
E. Bare cotite 28
F. Cadre static determinate cu o singură deschidere 33

Cap. 3 *Grinzi cu zăbrele plane* 46

Cap. 4 *Arce static determinate* 58

PARTEA A DOUA. **Betonul armat**

Cap. 5 *Procedee practice de determinare a solicitărilor la elementele încovoiate* 63
A. Grinzi drepte 63
B. Plăci plane 74

Cap. 6 *Calculul elementelor încovoiate la starea limită de rezistență în secțiuni normale* 79
A. Aspecte generale 79
B. Elemente cu secțiunea transversală de formă dreptunghiulară, simplu armate 79
C. Elemente cu secțiunea transversală de altă formă decît cea dreptunghiulară 92

Cap. 7 *Calculul elementelor încovoiate la starea limită de rezistență în secțiuni înclinate* 99
A. Precizări preliminare 99
B. Verificarea elementelor de beton armat în secțiuni înclinate la acțiunea forței tăietoare 99

Cap. 8 *Calculul elementelor comprimate excentric la starea limită de rezistență* 118

Cap. 9 *Calculul elementelor întinse la starea limită de rezistență* 126
A. Elemente întinse centric 126
B. Elemente întinse excentric 126

Cap. 10 *Exemplu de proiectare a unui planșeu* 133
A. Aspecte privind alcătuirea de ansamblu 133
B. Predimensionarea elementelor 134
C. Calculul elementelor planșeului 136
D. Consumul de materiale în planșeu 154

Scanned with OKEN Scanner

Coli de tipar: 11,5
Format: 16/70×100
Hîrtie scris I A 83% 70×100/42
Bun de tipar: 9.04.1982

Tiparul: Întreprinderea poligrafică Brașov
Comanda 1005/1982
Str. Zizinului nr. 110
R. S. România

Scanned with OKEN Scanner

Seria „CULEGERI DE PROBLEME PENTRU DISCIPLINELE TEHNICE ŞI ECONOMICE" cuprinde lucrări structurate conform programelor şcolare ale disciplinelor de bază corespunzătoare diferitelor specializări, completînd în mod sistematic şi unitar aplicaţiile cuprinse în manuale. Acestea sînt adresate elevilor liceelor, şcolilor de maiştri şi profesionale, precum şi absolvenţilor care, la examenele de admitere în facultăţi, optează pentru o probă de specialitate.

Scanned with OKEN Scanner